МЕТОДИ ЗА ПРЕСМЕТКА НА НАПОНИ ВО ДИСТРИБУТИВНИТЕ МРЕЖИ

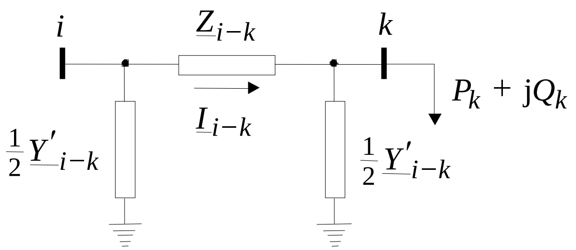
- Карактеристики на дистрибутивните мрежи (ДМ)
  – голем број на елементи (гранки), значително поголем од бројот на јазли во преносните мрежи што покриваат иста географска локација
  – по правило, работат како радијални мрежи со определен број резервни водови кои, ако се вклучат, во мрежите ќе се формираат контури
    - резервните водови служат за промена на конфигурацијата на мрежата во случај на дефект или плански исклучувања на елементи од мрежата
    - бројот на независни јазли е за еден поголем од бројот на гранки
    - најчесто, ако нема генератори во мрежата, постои само еден напоен јазол (трафостаница ВН/СН) и постои еднозначна насока на тековите на моќности во мрежата (не е неопходен услов)
- Анализа на дистрибутивните мрежи со помош на приближните постапки за пресметка на загубите на напон и активна моќност во гранките не се применливи за мрежи со голем број јазли (гранки) и не даваат прифатливи резултати, особено ако целта на анализите е оперативно управување со мрежите, планирање и сл.
  – за пресметка на напоните во дистрибутивните мрежи може да користиме „општи“ методи, главно, развиени и прилагодени за преносните (ВН) мрежи
    - Гаус-Зајделов метод
    - Њутн-Рафсонов метод
    - „брз метод со раздвојување на пресметките“ и тн.

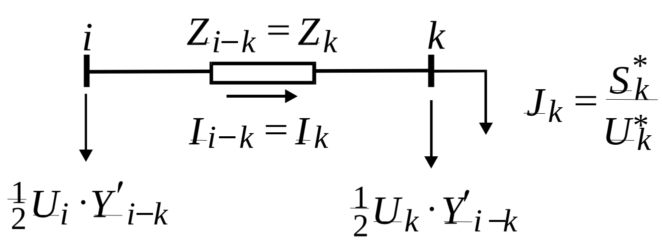
МЕТОДИ ЗА ПРЕСМЕТКА НА НАПОНИ ВО ДИСТРИБУТИВНИТЕ МРЕЖИ

- Претходно споменатите методи за пресметка на напоните се развиена врз база на матрични методи и/или користење на матрици за претставување на елементите на мрежата
  - општите математички методи се прилагодени за електричните (ВН) мрежи и, во голем број случаи, не се практични или се неупотребливи за дистрибутивните мрежи
    - иако трифазните електрични мрежи се градат како симетрични (генератори, водови и трансформатори), кај дистрибутивните мрежи степенот на несиметрија може да биде значителен како резултат на несиметрија на потрошувачите
    - методите развиени за ВН мрежи претпоставуваат дека оптоварувањата на потрошувачите се независни од напонот, што не мора да биде случај во реалноста кај ДМ каде што оптоварувањата се од типот на константна моќност, константна струја или константна импеданција или нивна комбинација
    - кај ВН мрежи односот $x/r>>1$, додека кај мрежите со понизок напон (СН и НН) $x/r \approx 1$ или дури $x/r<1$
    - за разлика од преносните мрежи, ДМ, со мали исклучоци, работат радијално иако во нив постојат (резервни) елементи што не се оптоварени (или не се под напон) што имаат улога на спојници (би затвориле контура)
      - матрицата што ја опишува врската помеѓу напоните на јазлите и инјектираните струи (матрица на адмитанции $\underline{Y}$) дури и за ВН мрежи е многу ретка, а тоа е поизразено кај радијалните мрежи
        - » матричните методи непотребно оперираат со елементи од матрицата што се еднакви на нула, што значително може да влијае врз брзината на пресметките
        - » бројот на математички операции зависи од големината на матрицата (бројот на независни јазли) и таа зависност е квадратна или поизразена; ова е многу изразено кај ДМ што имаат значително поголем број јазли од преносните мрежи
  - за да се надминат претходните проблеми, за пресметка на напоните во радијалните ДМ се развиени повеќе специјални методи, од кои најпознати се „сумирање на струи“, „сумирање на моќности“ и „сумирање на импеданции“
    - варијантите на методите што се презентирани во рамките на ова поглавје не го адресираат проблемот со несиметријата во ДМ, но тие можат, релативно лесно, да се прилагодат и за решавање и на вакви мрежи

МЕТОД СУМИРАЊЕ НА СТРУИ И СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ

- Моделирање на елементите од мрежата и инјектираните моќности во јазлите (генератори и потрошувачи)
  - елементите (водовите и трансформаторите) се моделираат со π-еквивалентни шеми
    - редните реактивни отпорности се помали или не се значително поголеми од соодветните активни отпорности
    - напречните гранки, ако не се занемаруваат, може да се еквивалентираат со струјни генератори (инјектирани моќности кај методот сумирање на моќности) во соодветните крајни јазли од гранката и на идентичен начин може да се моделираат и кондензаторските батерии
    - кај методот сумирање на струи, инјектираните моќности во јазлите (потрошувачи и генератори) се моделираат со струјни генератори, при што насоките на струите на потрошувачите се спротивни на насоките на струите на генераторите
  - за трифазните мрежи изградени со симетрични елементи π-еквивалентната шема е еднаква за сите три фази
    - ако се претпостави дека и инјектираните моќност во јазлите се симетрични, ефективните вредности на напоните на фазите во еден јазол ќе бидат еднакви, а ќе се разликуваат само нивните фазни агли
    - истото може да се каже и за струите што течат низ гранките
    - ако во π-еквивалентна шема што претставува една фаза на еден елемент од мрежата наместо фазен напон на во јазлите се донесе меѓуфазен напон, соодветно (за $\sqrt{3}$) ќе бидат поголеми) и струите во гранките, а како резултат на тоа моќноста на монофазната гранка ќе биде еднаква на моќност на трифазната гранка
      - π-еквивалентната шема претставува „монофазен модел на трифазна урамнотежена гранка“



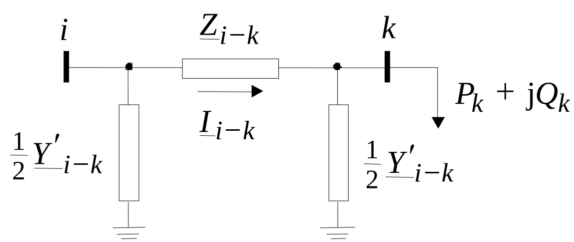


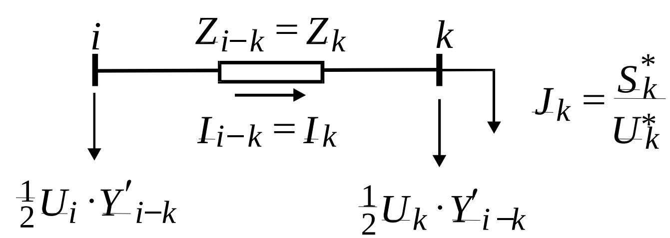
МЕТОД СУМИРАЊЕ НА СТРУИ И СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- Пресметките на напоните се прават со следните општо прифатени и оправдани претпоставки
  - мрежата е добро проектирана и работи во рамките на проектираните можност, што значи дека напоните на јазлите не се разликуваат значително од номиналниот напон
  - најчесто, големините придружени кон јазлите и гранките од мрежата, наместо во природни единици (V, A, VA, Ω и сл.) се претставуваат и пресметуваат во релативни единици (*per unit*, p.u.)
    - се одбираат „базни големини“ за моќноста и напоните на јазлите за сите напонски нивоа, а од нив се пресметуваат базните големини за импеданција и струја; изборот на базните големини зависи од напонското ниво и моќностите инјектирани во јазлите
      - вообичаено, за ВН мрежи за базна моќност се одбира 100 MVA, додека за СН мрежи базната моќност може да биде 1000 kVA или 10000 kVA, а како базен напон за секој јазол се одбира номиналниот напон со кој работи јазолот
      - базните големини за импеданциите (адмитанциите) и струите се пресметуваат врз основа на базната моќност и соодветната базна големина на напонот на кој работи гранката
        - » за трансформаторите, кои исто така се моделираат со π-еквивалентна шема, за базен напон се одбира напонот на јазолот кон кој е сведена соодветната импеданција или адмитанција
      - пред почетокот на пресметките сите влезни податоци (инјектирани моќности во јазлите, параметри на мрежата и познатите напони) се претвораат во единични вредности со делење со соодветната базна големина, а после завршување на пресметките, резултатите добиени во единични вредности се множат со истите базни големи
      - работата со релативни (единични) вредности е поедноставна и има повеќе предности отколку пресметките со природни единици
        - » мрежите во кои има трансформатори (повеќе напонски нивоа) воопшто не е практично да се решаваат во природни единици
        - » се намалува акумулираната грешка како резултат на заокружување при математичките операции бидејќи пресметките прават со броеви што по магнитуда се блиски помеѓу себе

МЕТОДИ СУМИРАЊЕ НА СТРУИ И СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- За ефикасно спроведување на пресметките, јазлите (и гранките) треба да се нумерираат така што редниот број на почетниот јазол на гранката да е помал од редниот број на крајниот јазол
  - најчесто, ако нема генератори во мрежата, постои само еден напоен јазол (на пример, трафостаница ВН/СН) и постои еднозначна насока на тековите на моќности во мрежата (не е неопходен услов)
    - нумерацијата започнува со напојниот јазол кој добива најмал реден број (најчесто 0) и натаму се применува основното правило за останатите јазли
    - радијална мрежа со *ng* гранки има *nj*=*ng*+1 јазли
      - ако редниот број на напојниот јазол е 0, тогаш редниот број на гранката е еднаков со редниот број на крајниот јазол на гранката
        - » вообичаено, големините придружени кон гранките (импеданција, струја и сл.) се означуваат со индекс во кој се наведени почетниот и крајниот јазол на гранката, но во овој случај е доволно да се наведе само редниот број на јазолот, (на пример, наместо *i*–*k* индексот ќе биде *k*)
  - ваквиот начин на нумерација (подредување) на јазлите за една мрежа можат да доведе до различни редни броеви на јазлите во зависност од редоследот по кој се процесираат гранките при доделување на редни броеви на крајните јазли, но тоа не влијае врз ефикасноста на овие методи





МЕТОДИ СУМИРАЊЕ НА СТРУИ И СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- Влезни податоци
  - параметрите на сите елементи од мрежата
  - инјектираните моќности во јазлите (генератори и потрошувачи)
  - напонот на напојниот јазол што се смета дека е константен и тој напон е со фазен агол 0
- Постапката се изведува во неколку чекори

1. подготвителни операции
   - вчитување на влезните податоци
   - нумерација на јазлите
   - конверзија на познатите големини во единични вредности
2. задавање на почетните вредност на непознатите напони
   - само ако постапката е итеративна
3. „пресметка наназад“ (*backward sweep*)
   - почнувајќи со јазолот со највисок реден број (гранка со најголем реден број) и обработувајќи јазлите се до напојниот јазол, со помош на 1. Кирхофов закон ги пресметуваме струите (моќностите) во гранката за која јазолот е краен
4. „пресметка нанапред“ (*forward sweep*)
   - почнувајќи од гранката со реден број 1 (краен јазол со реден број за еден поголем од редниот број на напојниот јазол), со помош на 2. Кирхофов закон, се пресметува напонот на крајниот јазол на гранката
5. пресметка на инјектираната моќност во напојниот јазол
6. проверка на условот за завршување на итеративниот процес
   - ако не е исполнет овој услов постапката продолжува со чекорот 3 во следната итерација
   - ако е исполнет овој услов, пресметаните напони на јазлите се сметаат за „точни“ напони
7. пресметка на струите и моќностите во гранките уважувајќи ги „точните“ вредност на напоните на јазлите
8. пресметка на пресметаните големини во природни единици

МЕТОДИ СУМИРАЊЕ НА СТРУИ И СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- Методите се итеративни
  - претходно наведената постапка се повторува во секоја итерација се додека не се исполни критериумот за завршување на итеративниот процес
  - методот сумирање на струи не е итеративен само ако се исполнети следниве услови:
    - во случаите ако во мрежата нема генератори со константна инјектирана моќност
    - напречните гранки од π-еквивалентните шеми се занемаруваат и
    - моќностите на потрошувачите се од типот „константна струја“, т.е. инјектираната моќност е пропорционална на напонот
  - конвергенцијата на итеративните процеси зависи од повеќе фактори, еден од кои е изборот на почетните вредности на непознатите големини (напони на јазлите), т.е. вредности во „нултата итерација“
    - погрешно одбрани почетни вредности можат да резултираат со дивергенција на итеративниот процес
    - за добро проектирани и соодветно експлоатирани електроенергетски мрежи, напоните на јазлите не се разликуваат многу од номиналните напони на јазлите и за овие мрежи, кај сите јазли, за почетни вредности на напоните се избираат исти вредности што се блиску до номиналните напони на јазлите, тнр. „рамен старт“
      - вообичаено, имагинарниот дел од напонот на јазолот е еднаков на нула, а реалниот дел е еднаков на номиналниот напон на јазолот, т.е. 1+j0 p.u.
        - » алтернативно, наместо номиналниот напон на јазолот, за почетна вредност може да се искористи ефективната вредност на напонот во напојниот јазол, што пак е многу блиску до номиналниот напон во мрежата (ако во мрежата има само еден номинален напон)
        - » брзината на конвергенција на итеративниот процес не зависи од тоа дали за почетни вредности ќе се одберат номиналните напони или напонот во напојниот јазол
          - » бројот на итерации може многу малку да се промени и тој број зависи степенот на оптовареност на мрежата и напонот во напојниот јазол

МЕТОДИ СУМИРАЊЕ НА СТРУИ И СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- Критериуми за завршување на итеративниот процес
  - изборот на критериумот за завршувањето итеративниот процес, како и бараната толеранција можат да влијаат врз бројот на итерации и „точноста“ на пресметаните големини (бројот на значајни цифри)
    - бараната толеранција (најчесто означувана со ε) треба да се одбере соодветно на избраниот критериум, редот на големината на очекуваните резултати и влезните податоци, точноста со која се познати влезните податоци, како и прецизноста на пресметките што е вградена во компјутерскиот програм за пресметка на напоните
      - на пример, нема никаква смисла да се бара толеранција што обезбедува десет значајни цифри во резултатите ако податоците за што се споредуваат при проверката (на пример, инјектирани моќности во јазлите) се познати со значително помала точност
      - компјутерските програми имаат ограничена точност при запишување (претставување во бинарна форма) и математичките операции со рационалните броеви
        - » ако програмот користи „единечна прецизност“ (*single precision*) броевите се претставуваат со 4 бајта (32 бита), што обезбедува 6 до 7 значајни цифри при конверзијата на броевите во бинарна форма
        - » ако програмот користи „двојна прецизност“ (*double precision*) броевите се претставуваат со 8 бајта (64 бита), што обезбедува 14 до 15 значајни цифри
        - » користење на толеранција што бара повеќе значајни цифри отколку што е точноста на компјутерските пресметки, може да доведе да бројот на итерации биде непотребно голем или итеративниот процес може да не заврши, т.е. условот за завршување на итеративниот процес да не може да биде исполнет

МЕТОДИ СУМИРАЊЕ НА СТРУИ И СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- Критериуми за завршување на итеративниот процес (1)
  - за секој јазол во мрежата се пресметува разликата по апсолутна вредност на реалниот дел, односно на имагинарниот дел на комплексните напони на јазлите, пресметани во две последователни итерации и најголемата од тие разлики треба да биде помала или еднаква на бараната толеранција, $\varepsilon_{\Delta U}$
    - најчесто, овој критериум се користи кај Гаус-Зајделовиот метод, а може да се користи и кај методите базирани на „сумирање на ...“
    - бидејќи критериумот се базира на споредба на „неточни“ податоци, најчесто, за $\varepsilon_{\Delta U}$ се избира вредност што е обезбедува 5 до 6 значајни цифри во пресметаните напони, т.е. $\varepsilon_{\Delta U}$=0.0001÷0.00001
      - кај ВН мрежи оваа толеранција обезбедува прецизност на пресметките приближно од околу 10 V
      - кај СН мрежи оваа толеранција обезбедува прецизност на пресметките приближно од околу 1 V

$$\Delta \underline{U}_k^{(\nu)} = \underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)}, \; k = 1,\cdots,n$$

$$\max_{k=1,\cdots,n}\left\{\left|\mathrm{Re}\left(\Delta\underline{U}_k^{(\nu)}\right)\right|,\left|\mathrm{Im}\left(\Delta\underline{U}_k^{(\nu)}\right)\right|\right\} \le \varepsilon_{\Delta U} \quad \max_{k=1,\cdots,n}\left\{\left|\mathrm{Re}\left(\underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|,\left|\mathrm{Im}\left(\underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|\right\} \le \varepsilon_{\Delta U}$$

МЕТОДИ СУМИРАЊЕ НА СТРУИ И СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- Критериуми за завршување на итеративниот процеси (2)
  - збирот на разликите по апсолутна вредност промената на инјектираната активна и реактивна моќност во напојниот јазол во две последователни итерации да е помала или еднаква од бараната толеранција, $\varepsilon_{\Delta PQ}$
    - овој критериум најчесто се користи како алтернативен критериум метод кај методите за пресметка на напони кај ДМ
    - за $\varepsilon_{\Delta PQ}$ се користи 10 VA ($\varepsilon_{\Delta PQ}$=0.00001 p.u. @1000 kVA)
      - оваа толеранција обезбедува споредливи резултати со резултатите добиени со критериумот за споредба на напоните во јазлите во две последователни итерации
    - проверката дали итеративниот процес може да заврши се прави пред почетокот на постапката за пресметка на напоните на јазлите во чекорот „пресметка наназад“
      - ако е исполнет условот за завршување на постапката итеративниот процес прекинува, а за „точни“ се земаат напоните од претходната итерација
        - » последната итерација може да се смета како половина итерација
        - » ако се пресметаат напоните во чекорот „пресметка нанапред“ тие, практично, нема да се разликуваат од напоните пресметани во претходната итерација

$$\left|\mathrm{Re}\left(\underline{S}_0^{(\nu)} - \underline{S}_0^{(\nu-1)}\right)\right| + \left|\mathrm{Im}\left(\underline{S}_0^{(\nu)} - \underline{S}_0^{(\nu-1)}\right)\right| \leq \varepsilon_{\Delta PQ}$$

$$\left|\mathrm{Re}\left(\Delta\underline{S}^{(\nu)} - \Delta\underline{S}^{(\nu-1)}\right)\right| + \left|\mathrm{Im}\left(\Delta\underline{S}^{(\nu)} - \Delta\underline{S}^{(\nu-1)}\right)\right| \leq \varepsilon_{\Delta PQ}$$

$$\Delta\underline{S}^{(\nu)} = \underline{S}_0^{(\nu)} - \sum_{k=1}^{n}\underline{S}_k ;\ \Delta\underline{S}^{(\nu+1)} = \underline{S}_0^{(\nu+1)} - \sum_{k=1}^{n}\underline{S}_k$$

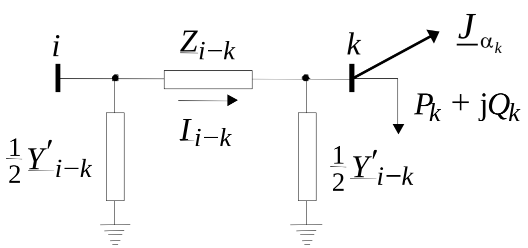
МЕТОДИ СУМИРАЊЕ НА СТРУИ И СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

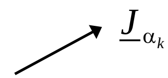
- Критериуми за завршување на итеративниот процес (3)
  - за секој јазол во мрежата апсолутната вредност на разликата помеѓу пресметаната инјектираната активна, односно реактивна моќност и познатата инјектирана активна, односно реактивна моќност, е помала или еднаква од бараната толеранција, $\varepsilon_{\Delta PQ}$
    - овој критериум не е ефикасен ако итеративната постапка не предвидува пресметка на инјектираните моќност во јазлите во секоја итерација (Гаус-Зајделов метод и методи базирани на принципот на „сумирање на ...“)
      - најчесто се користи кај Њутн-Рафсоновиот метод и методите развиени врз основа на него
    - при анализа на ВН (преносни мрежи), вообичаено, за $\varepsilon_{\Delta PQ}$ се користи 1 MVA ($\varepsilon_{\Delta PQ}$=0.01 p.u. @100 MVA)
    - при анализа на СН ДМ, најчесто, за $\varepsilon_{\Delta PQ}$ се користи 1 VA ($\varepsilon_{\Delta PQ}$=0.001 p.u. @1000 kVA)

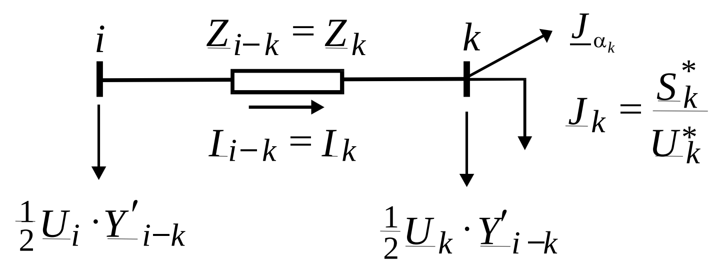
$$\max_{i=1,\cdots,nj}\left\{\left|P_i^{\text{пресметана}}-P_i^{\text{зададена}}\right|,\left|Q_i^{\text{пресметана}}-Q_i^{\text{зададена}}\right|\right\}=\max_{i=1,\cdots,nj}\left\{\left|\Delta P_i\right|,\left|\Delta Q_i\right|\right\}\le\varepsilon_{\Delta PQ}$$

СУМИРАЊЕ НА СТРУИ

- Општ случај
  - напречните гранки од π-еквивалентните шеми не се занемаруваат и инјектираните моќности во јазлите не се од типот „константа струја“
- Пресметка station наназад
  - струите во гранките се пресметуваат според 1. Кирхофов закон за крајниот јазол на гранката
    - со α_k е означено множеството гранки што се инцидентни на јазолот со реден број k, не сметајќи ја гранката k







$$\underline{I}_{i-k} = \underline{I}_k = \underline{J}_k + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_k + \sum_{j\in\alpha_k}\left(\tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_j + \underline{I}_j\right) = \underline{J}_k + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_k + \underline{J}_{\alpha_k},\ k = nj,\cdots,1$$

$$\underline{I}_0 = \underline{J}_0 + + \sum_{j\in\alpha_0}\left(\tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_0\cdot\underline{Y}'_j + \underline{I}_j\right) = \underline{J}_0 + \underline{J}_{\alpha_0}$$

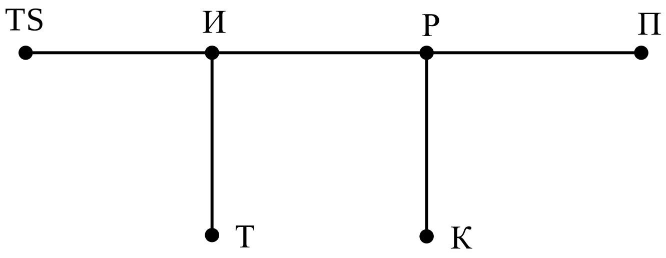
$$\underline{I}_k = \frac{\underline{S}_k^*}{\underline{U}_k^*} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_k + \sum_{j\in\alpha_k}\left(\tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_j + \underline{I}_j\right),\ k = nj,\cdots,1$$

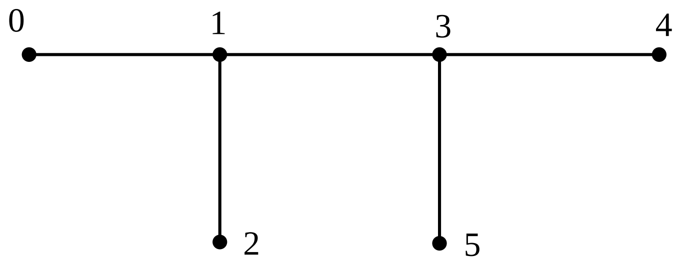
- ако се занемарат напречните гранки и ако инјектираните струи во јазлите се константни

$$\underline{I}_{i-k} = \underline{I}_k = \underline{J}_k + \sum_{j\in\alpha_k}\underline{I}_j,\ k = nj,\cdots,1$$

СУМИРАЊЕ НА СТРУИ …

- Пресметка наназад (2)
  - За мрежата прикажана на сликата





$$\underline{I}_{i-k} = \underline{I}_k = \underline{J}_k + \sum_{j \in \alpha_k} \underline{I}_j, \; k = nj, \cdots, 0$$

$$\underline{I}_5 = \underline{J}_5$$

$$\underline{I}_4 = \underline{J}_4$$

$$\underline{I}_3 = \underline{J}_3 + \underline{I}_4 + \underline{I}_5$$

$$\underline{I}_2 = \underline{J}_2$$

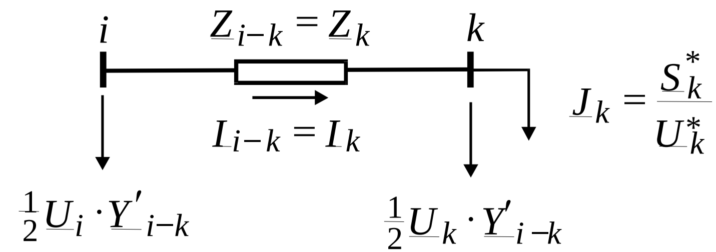
$$\underline{I}_1 = \underline{J}_1 + \underline{I}_2 + \underline{I}_3$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1$$

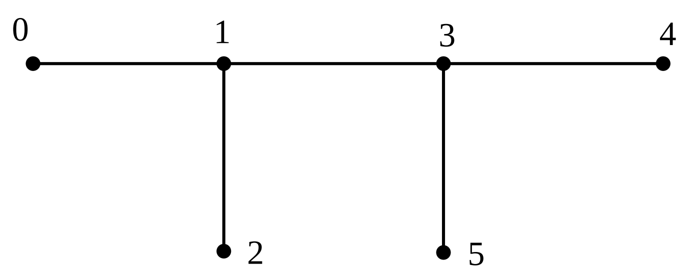
СУМИРАЊЕ НА СТРУИ …

- Пресметка нанапред
  - почнувајќи од гранката со реден број 1 (јазолот со реден број за 1 поголем од редниот број на напојниот јазол) и обработувајќи ги сите следни гранки, со помош на 2. Кирхофов закон се пресметува напонот на крајниот јазол од гранката
    - индексот $ip(k)$ го означува редниот број на почетниот јазол на гранката k
    - $ip(k)$ претставува елемент од помошен вектор $\boldsymbol{IP}$ што се формира при нумерацијата на јазлите и во редиците (што одговараат на редните броеви на гранките) ги содржи редните броеви на почетните јазли на гранката
  - По завршувањето на овој чекор се пресметува непознатата моќност во напојниот јазол и вкупните загуби на моќност во мрежата

$$\underline{U}_k = \underline{U}_{ip(k)} - \underline{I}_k \cdot \underline{Z}_k = \underline{U}_i - \underline{I}_k \cdot \underline{Z}_k;\ k = 1,\cdots,ng$$



$$\boldsymbol{IP} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$



$$\underline{U}_1 = \underline{U}_0 - \underline{I}_1 \cdot \underline{Z}_1$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 - \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_2$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_1 - \underline{I}_3 \cdot \underline{Z}_3$$

$$\underline{U}_4 = \underline{U}_3 - \underline{I}_4 \cdot \underline{Z}_4$$

$$\underline{U}_5 = \underline{U}_4 - \underline{I}_5 \cdot \underline{Z}_5$$

$$\underline{S}_0 = \underline{U}_0 \cdot \underline{I}_0^*$$

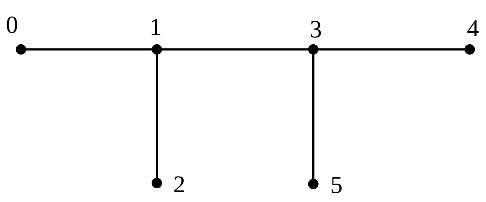
$$\Delta\underline{S} = \underline{S}_0 - \sum_{k=1}^{nj} \underline{S}_k = \Delta P + \mathrm{j}\Delta Q$$

СУМИРАЊЕ НА СТРУИ …

- Проверка за завршување на итеративниот процес
  - ако процесот е итеративен во овој чекор се проверува дали се исполнети условите за завршување на итеративниот процес според еден од претходно наведените критериуми
    - ако не е исполнет тој услов, постапката продолжува со пресметката на струите во гранките
    - ако е исполнет условот, следуваат пресметките на останатите големини (струи и моќности и сл.)
- Карактеристики на методот
  - нема потреба од матрични операции
  - бројот на математички операции (во секоја итерација) е многу мал и е значително помал од соодветниот број операции кај матричните методи
    - поради тоа, проблемите со заокружување на меѓу-резултатите (заради ограничената прецизност на компјутерските програми при претставување на рационалните броеви во бинарен облик) се сведени на најмала можна мерка
      - времето на пресметка (за една итерација) е многу кусо и е многу помало отколку соодветното време кај матричните методи
    - времето потребно за пресметка во една итерација (бројот на математички операции) е линеарно зависно од бројот на јазлите, додека кај матричните методи бројот на математички операции зависи од третиот степен од бројот на јазли
  - иако бројот на итерации, во најголем број случаи, е поголем отколку за матричните методи (за ист начин на проверка на завршување на итеративниот процес и при иста толеранција), вкупното време за пресметката на напоните (особено кај големите мрежи) е значително помало од вкупното потребно време ако се користат матрични методи

СУМИРАЊЕ НА СТРУИ ...

- Начинот на кој е презентирана постапката на претходните слајдови е погоден за рачна пресметка, но не и за пресметка на мрежи со голем број јазли и кога е потребно пресметките да се направат со помош на компјутерски програм
  - при пресметка на струјата во некоја гранка е потребно да се пресмета збирот на струите во гранките од множеството α_k ($\underline{J}_{\alpha k}$) и затоа е неопходно да се најде едноставен и ефикасен начин за пресметка на $\underline{J}_{\alpha k}$
    - еден начин е да се определи множеството α_k
      - » претходно споменатото множество треба да се определи еднаш пред почетокот на пресметките
    - уважувајќи ја радијалната структура на мрежата, пресметките на $\underline{J}_{\alpha k}$ да се организираат на начин што е погоден програмирање
  - во множеството α_k спаѓа секоја гранка со реден број поголем од k и која за почетен јазол го има јазолот k
    - може да се определи преку матрица на инциденција или матрица на адмитанции на мрежата
    - со помош на триаголната матрица $\boldsymbol{A}$ (добиена од матрицата $\underline{\boldsymbol{Y}}$) пресметките можат да се поедностават, но сепак на тој начин пресметката на $\underline{J}_{\alpha k}$ вклучува непотребно многу множења со нула и се потребни дополнителни процедури за определување на матриците $\underline{\boldsymbol{Y}}$ и $\boldsymbol{A}$



$$\underline{\boldsymbol{Y}} = \begin{array}{c} 0\\ 1\\ 2\\ 3\\ 4\\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} \underline{Y}_{00} & \underline{Y}_{01} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \underline{Y}_{10} & \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \underline{Y}_{13} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{31} & 0 & \underline{Y}_{33} & \underline{Y}_{34} & \underline{Y}_{35} \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{43} & \underline{Y}_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{Y}_{53} & 0 & \underline{Y}_{55} \end{bmatrix} \qquad \boldsymbol{A} = \begin{array}{c} 0\\ 1\\ 2\\ 3\\ 4\\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 0 & 1 & 1 \\ & & & & 0 & 0 \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}$$

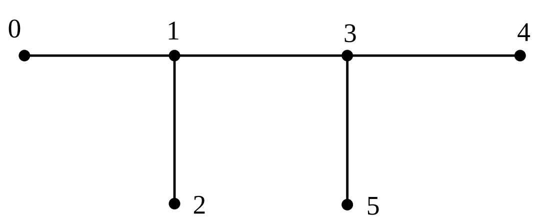
$$\underline{I}_k = \underline{J}_k + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_k + \underline{J}_{\alpha_k} = \underline{J}_k + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_k + \sum_{j=k+1}^{nj} A_{kj}\cdot\left(\tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_j + \underline{I}_j\right),\ k = nj,\cdots,0$$

СУМИРАЊЕ НА СТРУИ …

- Пресметка на струите низ гранките со раздвојување на пресметките
  - бројот на математички операции во секоја итерација не се менува
    - се пресметуваат почетните вредности на струите во сите гранките што се резултат на инјектираната моќност во крајниот јазол и инјектираната струја од напречната гранка придружена кон крајниот јазол
    - почнувајќи од гранката со најголем реден број, за секоја гранка k се претходно пресметаната струја во гранката се додава на старата вредност на струјата во гранката со краен јазол е $ip(k)$
      - кога се обработува гранката k претходно се обработени сите гранки што припаѓаат на множеството α_k, така што останува таа струја да се додаде на струјата на гранката со реден број $ip(k)$
        - » помошниот вектори ***IP*** се определува во постапката за нумерација на јазлите

$$\underline{I}_k = \underline{J}_k + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_k,\ k=1,\cdots,nj$$
$$\underline{I}_0 = 0$$

$$\underline{I}_{ip(k)}^{\text{нова}} = \underline{I}_{ip(k)}^{\text{стара}} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_{ip(k)}\cdot\underline{Y}'_k + \underline{I}_k,\ k=nj,\cdots,1$$



$$\underline{I}_0 = 0$$
$$\underline{I}_1 = \underline{J}_1 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_1\cdot\underline{Y}'_1$$
$$\underline{I}_2 = \underline{J}_2 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_2\cdot\underline{Y}'_2$$
$$\underline{I}_3 = \underline{J}_3 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_3$$
$$\underline{I}_4 = \underline{J}_4 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_4\cdot\underline{Y}'_4$$
$$\underline{I}_5 = \underline{J}_5 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_5\cdot\underline{Y}'_5$$

СУМИРАЊЕ НА СТРУИ ...

- Пресметка на струите низ гранките со раздвојување на пресметките ...

$$IP = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$k = 5$

$$\underline{I}_3^{\text{нова}} = \underline{I}_3^{\text{стара}} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_5 + \underline{I}_5$$

$$= \left(\underline{J}_3 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_3\right)_{I_3} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_5 + \left(\underline{J}_5 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_5\cdot\underline{Y}'_5\right)_{I_5}$$

$k = 4$

$$\underline{I}_3^{\text{нова}} = \underline{I}_3^{\text{стара}} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_4 + \underline{I}_4$$

$$= \left(\left(\underline{J}_3 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_3\right)_{I_3} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_5 + \left(\underline{J}_5 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_5\cdot\underline{Y}'_5\right)_{I_5}\right)_{I_3} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_4 + \left(\underline{J}_4 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_4\cdot\underline{Y}'_4\right)_{I_4}$$

$k = 3$

$$\underline{I}_1^{\text{нова}} = \underline{I}_1^{\text{стара}} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_1\cdot\underline{Y}'_3 + \underline{I}_3$$

$$= \left(\underline{J}_1 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_1\cdot\underline{Y}'_1\right)_{I_1} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_1\cdot\underline{Y}'_3 +$$

$$+\left(\left(\left(\underline{J}_3 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_3\right)_{I_3} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_5 + \left(\underline{J}_5 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_5\cdot\underline{Y}'_5\right)_{I_5}\right)_{I_3} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_4 + \left(\underline{J}_4 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_4\cdot\underline{Y}'_4\right)_{I_4}\right)_{I_3}$$

$k = 2$

$$\underline{I}_1^{\text{нова}} = \underline{I}_1^{\text{стара}} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_1\cdot\underline{Y}'_2 + \underline{I}_2$$

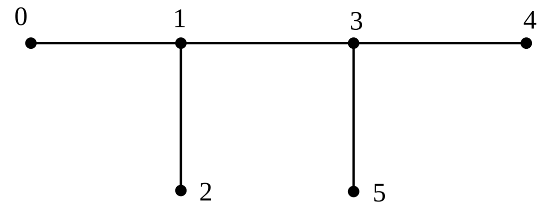
$$= \left(\begin{array}{l} \left(\underline{J}_1 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_1\cdot\underline{Y}'_1\right)_{I_1} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_1\cdot\underline{Y}'_3 + \\ +\left(\left(\left(\underline{J}_3 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_3\right)_{I_3} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_5 + \left(\underline{J}_5 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_5\cdot\underline{Y}'_5\right)_{I_5}\right)_{I_3} + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}'_4 + \left(\underline{J}_4 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_4\cdot\underline{Y}'_4\right)_{I_4}\right)_{I_3} \end{array}\right) +$$

$$+\tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_1\cdot\underline{Y}'_2 + \left(\underline{J}_2 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_2\cdot\underline{Y}'_2\right)_{I_1}$$

СУМИРАЊЕ НА СТРУИ …

$$\boldsymbol{IP} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

- Пресметка на струите низ гранките со раздвојување на пресметките ...



$$k = 1$$

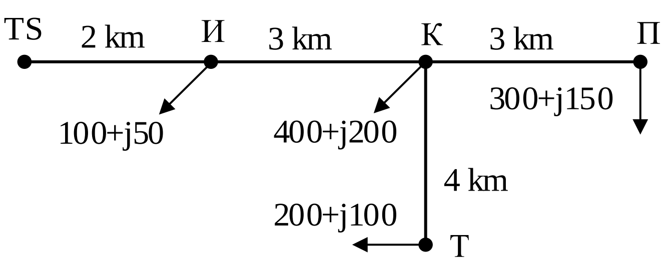
$$\begin{aligned}
\underline{I}_0^{\text{нова}} &= \underline{I}_0^{\text{стара}} + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_0 \cdot \underline{Y}'_1 + \underline{I}_1 \\
&= 0 + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_0 \cdot \underline{Y}'_1 + \\
&\quad + \left(\begin{aligned} &\left(\underline{J}_1 + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{Y}'_1 \right)_{I_1} + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{Y}'_3 + \\ &+ \left(\left(\left(\underline{J}_3 + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_3 \cdot \underline{Y}'_3 \right)_{I_3} + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_3 \cdot \underline{Y}'_5 + \left(\underline{J}_5 + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_5 \cdot \underline{Y}'_5 \right)_{I_5} \right)_{I_3} + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_3 \cdot \underline{Y}'_4 + \left(\underline{J}_4 + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_4 \cdot \underline{Y}'_4 \right)_{I_4} \right)_{I_3} \end{aligned} \right) + \\
&\quad + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_1 \cdot \underline{Y}'_2 + \left(\underline{J}_2 + \tfrac{1}{2} \cdot \underline{U}_2 \cdot \underline{Y}'_2 \right)_{I_1}
\end{aligned}$$

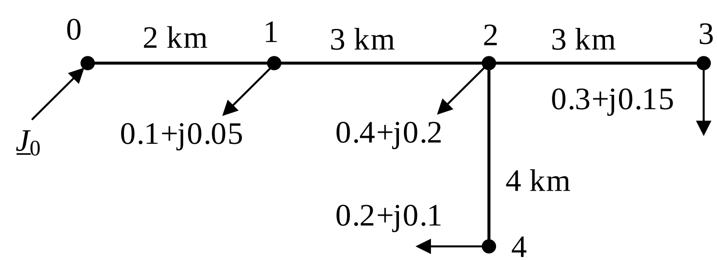
$$\begin{aligned}
\underline{I}_0 &= \underline{J}_1 + \underline{J}_2 + \underline{J}_3 + \underline{J}_4 + \underline{J}_5 + \\
&\quad + \tfrac{1}{2} \cdot \left[\left(\underline{U}_0 + \underline{U}_1 \right) \cdot \underline{Y}'_1 + \left(\underline{U}_1 + \underline{U}_2 \right) \cdot \underline{Y}'_2 + \left(\underline{U}_1 + \underline{U}_3 \right) \cdot \underline{Y}'_3 + \left(\underline{U}_3 + \underline{U}_4 \right) \cdot \underline{Y}'_4 + \left(\underline{U}_3 + \underline{U}_5 \right) \cdot \underline{Y}'_5 \right]
\end{aligned}$$

Пример 1

- За мрежата прикажана на сликата да се пресметаат напоните во јазлите и вкупните загуби на активна моќност ако напонот во напојниот јазол е 10.5 kV; оптоварувањата на потрошувачите се независни од напонот и се во kVA, импеданциите на гранките се (0.625+j0.36) Ω/km, а се занемаруваат напречните гранки од π-еквивалентните шеми на елементите; за почетни вредности на напоните да се земат номиналниот напон на мрежата, а толеранцијата на пресметките да биде 1 V, односно 10 VA
- Пред почетокот на пресметките:
  - ги нумерираме јазлите така што крајниот јазол на гранката има реден број секогаш поголем од редниот број на почетниот јазол
    - за напојниот јазол претпоставуваме реден број 0
    - редните броеви на гранките се еднакви со редните броеви на крајните јазли
  - за базен напон усвојуваме 10 kV, а за базна моќност усвојуваме 1000 kVA => $Z_{баз}$=100 Ω
  - за почетна вредност на непознатите напони во јазлите (освен во јазолот ТС во кој е познат напонот) усвојуваме 1.0 p.u. („рамен старт“)

$$Z_{баз.10\ kV} = \frac{U^2_{баз.10\ kV}}{S_{баз}} = \frac{10^2 \cdot 1000^2}{1000 \cdot 1000} = 100\ \Omega$$





$$\boldsymbol{IP} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Пример 1 …

- 1. итерација
  - пресметка на струите во гранките (постапка „station наназад“)
    - почнувајќи од јазолот со највисок реден број и движејќи се кон јазолот 0, според 1. Кирхофов закон ги пресметуваме струите во гранките

$$\underline{I}_4 = \underline{J}_4 = \frac{\underline{S}_4^*}{\underline{U}_4^*} = \frac{(0.2 - j0.1)}{1^2} = (0.2 - j0.1) \text{ p.u.}$$

$$\underline{I}_3 = \underline{J}_3 = \frac{\underline{S}_3^*}{\underline{U}_3^*} = \frac{(0.3 - j0.15)}{1^2} = (0.3 - j0.15) \text{ p.u.}$$

$$\underline{I}_2 = \underline{J}_2 + \underline{I}_3 + \underline{I}_4 = \frac{\underline{S}_2^*}{\underline{U}_2^*} + \underline{I}_3 + \underline{I}_4$$

$$= \frac{(0.4 - j0.2)}{1^2} + (0.2 - j0.1) + (0.3 - j0.15) = (0.9 - j0.45) \text{ p.u.}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{J}_1 + \underline{I}_2 = \frac{\underline{S}_1^*}{\underline{U}_1^*} + \underline{I}_2 = \frac{(0.1 - j0.05)}{1^2} + (0.9 - j0.45) = (1.0 - j0.5) \text{ p.u.}$$

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_1 = (1.0 - j0.5) \text{ p.u.}$$

Пример 1 …

- 1. итерација
  - пресметка на напоните во јазлите (постапка „нанапред“)
    - почнувајќи од јазолот со реден број 1 и движејќи се кон јазолот со најголем реден број, според 2. Кирхофов закон ги пресметуваме напоните во крајните јазли од гранките

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_0 - \underline{Z}_{0-1} \cdot \underline{I}_1 = \underline{U}_0 - \frac{\left(r_{0-1} - \mathrm{j}x_{0-1}\right) \cdot l_{0-1}}{Z_{\text{базна}}} \cdot \underline{I}_1$$

$$= 1.05 - \frac{\left(0.625 - \mathrm{j}0.36\right) \cdot 2}{100} \cdot \left(1 - \mathrm{j}0.5\right) = \left(1.03390 - \mathrm{j}0.00095\right) \text{ p.u.}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 - \underline{Z}_{1-2} \cdot \underline{I}_2 = \underline{U}_1 - \frac{\left(r_{1-2} - \mathrm{j}x_{1-2}\right) \cdot l_{1-2}}{Z_{\text{базна}}} \cdot \underline{I}_2 = \left(1.012165 - \mathrm{j}0.002233\right) \text{ p.u.}$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_2 - \underline{Z}_{2-3} \cdot \underline{I}_3 = \underline{U}_2 - \frac{\left(r_{2-3} - \mathrm{j}x_{2-3}\right) \cdot l_{2-3}}{Z_{\text{базна}}} \cdot \underline{I}_3 = \left(1.00492 - \mathrm{j}0.00266\right) \text{ p.u.}$$

$$\underline{U}_4 = \underline{U}_2 - \underline{Z}_{2-4} \cdot \underline{I}_4 = \underline{U}_2 - \frac{\left(r_{2-4} - \mathrm{j}x_{2-4}\right) \cdot l_{2-4}}{Z_{\text{базна}}} \cdot \underline{I}_4 = \left(1.005725 - \mathrm{j}0.002613\right) \text{ p.u.}$$

$$\underline{S}_0 = \underline{U}_0^* \cdot \underline{I}_0^* = 1.05 \cdot \left(1.0 - \mathrm{j}0.5\right) = \left(1.05 - \mathrm{j}0.525\right) \text{ p.u.}$$

  - загубите на моќност во мрежата се

$$\Delta\underline{S} = \underline{S}_0 - \sum_{i=1}^{4} \underline{S}_i = \left(1.05 - \mathrm{j}0.525\right) - \left(1 + \mathrm{j}0.5\right) = \left(0.05 - \mathrm{j}0.025\right) \text{ p.u.}$$

Пример 1 …

- 1. итерација
  - тест на конвергенција (1. начин)
    - најголемата разлика по апсолутна вредност на реалниот или имагинарниот дел на напоните во јазлите во две последователни итерации да биде помала од бараната точност на пресметките, $\varepsilon_{\Delta U}$
      - бидејќи не е задоволен условот за завршување на итеративниот процес, пресметките продолжуваат со втората итерација

$$\max_{k=1,\cdots,n}\left\{\left|\mathrm{Re}\left(\Delta\underline{U}_k^{(\nu)}\right)\right|,\left|\mathrm{Im}\left(\Delta\underline{U}_k^{(\nu)}\right)\right|\right\}\leq\varepsilon$$

$$\max_{k=1,\cdots,n}\left\{\left|\mathrm{Re}\left(\underline{U}_k^{(\nu)}-\underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|,\left|\mathrm{Im}\left(\underline{U}_k^{(\nu)}-\underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|\right\}\leq\varepsilon$$

$$\Delta\underline{U}_k^{(\nu)}=\underline{U}_k^{(\nu)}-\underline{U}_k^{(\nu-1)}$$

$$\max_{k=1,\cdots,n}\left\{\left|\mathrm{Re}\left(\underline{U}_k^{(\nu)}-\underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|,\left|\mathrm{Im}\left(\underline{U}_k^{(\nu)}-\underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|\right\}=\left|\mathrm{Re}\left(\Delta\underline{U}_1\right)\right|$$

$$=\left|1.033900-1.0\right|=0.033899903>\frac{1}{10000}$$

Пример 1 …

- 1. итерација
  - тест на конвергенција (2. начин)
    - збирот на промените на пресметаната активна и реактивна моќност (по апсолутна вредност) во напојниот јазол во две последователни итерации да биде помал од бараната точност, $\varepsilon_{\Delta S}$
      - претпоставуваме $\varepsilon_{\Delta S}$=10 VA=0.001 p.u.
        - » бидејќи не ја знаеме инјектираната струја (моќност) во напојниот јазол во нултата итерација, претпоставуваме дека таа е еднаква на нула
          - » практично, овој тест не треба да се прави во првата итерација!
      - бидејќи не е задоволен условот за завршување на итеративниот процес, пресметките продолжуваат со втората итерација

$$\left|\mathrm{Re}\left(\underline{S}_0^{(\nu)} - \underline{S}_0^{(\nu-1)}\right)\right| + \left|\mathrm{Im}\left(\underline{S}_0^{(\nu)} - \underline{S}_0^{(\nu-1)}\right)\right| \le \varepsilon$$

$$\underline{S}_0^{(1)} = \left(1.05 + \mathrm{j}0.525\right)\ \text{p.u.} \qquad \underline{S}_0^{(0)} = 0$$

$$\left|\mathrm{Re}\left(\underline{S}_0^{(1)} - \underline{S}_0^{(0)}\right)\right| + \left|\mathrm{Im}\left(\underline{S}_0^{(1)} - \underline{S}_0^{(0)}\right)\right| = 1.05 + 0.525 = 1.575 > \frac{10}{1000^2}$$

Пример 1 …

- 2. итерација
  - пресметка на струите во гранките (постапка „наназад“)

$$\underline{I}_4=\underline{J}_4=\frac{\underline{S}_4^*}{\underline{U}_4^*}=\frac{\left(0.2-\mathrm{j}0.1\right)}{\left(1.005725-\mathrm{j}0.002613\right)^2}=\left(0.198602-\mathrm{j}0.099947\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{I}_3=\underline{J}_3=\frac{\underline{S}_3^*}{\underline{U}_3^*}=\frac{\left(0.3-\mathrm{j}0.15\right)}{\left(1.004920-\mathrm{j}0.002660\right)^2}=\left(0.298134-\mathrm{j}0.150055\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{I}_2=\underline{J}_2+\underline{I}_3+\underline{I}_4=\frac{\underline{S}_2^*}{\underline{U}_2^*}+\underline{I}_3+\underline{I}_4$$

$$=\frac{\left(0.4-\mathrm{j}0.2\right)}{\left(1.012165-\mathrm{j}0.002233\right)^2}+\left(0.298134-\mathrm{j}0.150055\right)+\left(0.198602-\mathrm{j}0.099947\right)$$

$$=\left(0.394755-\mathrm{j}0.198467\right)+\left(0.298134-\mathrm{j}0.150055\right)+\left(0.198602-\mathrm{j}0.099947\right)$$

$$=\left(0.891491-\mathrm{j}0.448468\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{I}_1=\underline{J}_1+\underline{I}_2=\frac{\underline{S}_1^*}{\underline{U}_1^*}+\underline{I}_2=\frac{\left(0.1-\mathrm{j}0.05\right)}{\left(1.033900-\mathrm{j}0.000950\right)^2}+\left(0.891491-\mathrm{j}0.448468\right)$$

$$=\left(0.096677-\mathrm{j}0.048449\right)+\left(0.891491-\mathrm{j}0.448468\right)$$

$$=\left(0.988167-\mathrm{j}0.496918\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{I}_0=\underline{I}_1=\left(0.988167-\mathrm{j}0.496918\right)\ \text{p.u.}$$

Пример 1 …

- 2. итерација
  - пресметка на напоните во јазлите (постапка „нанапред“)

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_0 - \underline{Z}_{0-1} \cdot \underline{I}_1 = \underline{U}_0 - \frac{\left(r_{0-1} - \mathrm{j}x_{0-1}\right) \cdot l_{0-1}}{Z_{\text{базна}}} \cdot \underline{I}_1$$

$$= 1.05 - \frac{\left(0.625 - \mathrm{j}0.36\right) \cdot 2}{0.1} \cdot \left(0.988167 - \mathrm{j}0.496918\right) = \left(1.034070 - \mathrm{j}0.000903\right) \text{ p.u.}$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 - \underline{Z}_{1-2} \cdot \underline{I}_2 = \underline{U}_1 - \frac{\left(r_{1-2} - \mathrm{j}x_{1-2}\right) \cdot l_{1-2}}{Z_{\text{базна}}} \cdot \underline{I}_2 = \left(1.012511 - \mathrm{j}0.002123\right) \text{ p.u.}$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_2 - \underline{Z}_{2-3} \cdot \underline{I}_3 = \underline{U}_2 - \frac{\left(r_{2-3} - \mathrm{j}x_{2-3}\right) \cdot l_{2-3}}{Z_{\text{базна}}} \cdot \underline{I}_3 = \left(1.005301 - \mathrm{j}0.002529\right) \text{ p.u.}$$

$$\underline{U}_4 = \underline{U}_2 - \underline{Z}_{2-4} \cdot \underline{I}_4 = \underline{U}_2 - \frac{\left(r_{2-4} - \mathrm{j}x_{2-4}\right) \cdot l_{2-4}}{Z_{\text{базна}}} \cdot \underline{I}_4 = \left(1.006107 - \mathrm{j}0.002484\right) \text{ p.u.}$$

Пример 1 …

- 2. итерација
  - моќност во напојниот јазол и загуби на моќност во мрежата

$$\underline{S}_0^{(2)} = \underline{U}_0^* \cdot \underline{I}_0^* = 1.05 \cdot \left(0.988167 - \mathrm{j}0.496918\right) = \left(1.0376 + \mathrm{j}0.5218\right)\ \text{p.u.}$$

$$\Delta\underline{S}^{(2)} = \underline{S}_0^{(2)} - \sum_{j=1}^{4} \underline{S}_j = \left(1.0376 + \mathrm{j}0.5218\right) - \left(1.0 + \mathrm{j}0.5\right) = \left(0.037290 + \mathrm{j}0.021479\right)\ \text{p.u.}$$

  - тест на конвергенција (1. начин)
    - бидејќи не е задоволен условот за завршување на итеративниот процес, пресметките продолжуваат со пресметка на напоните во втората итерација

$$\max_{k=1,\cdots,n}\left\{\left|\mathrm{Re}\left(\Delta\underline{U}_k^{(\nu)}\right)\right|, \left|\mathrm{Im}\left(\Delta\underline{U}_k^{(\nu)}\right)\right|\right\} \le \varepsilon$$

$$\max_{k=1,\cdots,n}\left\{\left|\mathrm{Re}\left(\underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|, \left|\mathrm{Im}\left(\underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|\right\} = \left|\mathrm{Re}\left(\Delta\underline{U}_4\right)\right|$$

$$= \left|1.006107 - 1.005725\right| = 0.000381947 > 0.0001$$

  - тест на конвергенција (2. начин)
    - бидејќи не е задоволен условот за завршување на итеративниот процес, пресметките продолжуваат со пресметка на напоните во третата итерација

$$\underline{S}_0^{(1)} = \left(1.05 + \mathrm{j}0.525\right)\ \text{p.u.}$$

$$\left|\mathrm{Re}\left(\underline{S}_0^{(2)} - \underline{S}_0^{(1)}\right)\right| + \left|\mathrm{Im}\left(\underline{S}_0^{(2)} - \underline{S}_0^{(1)}\right)\right| = \left|1.0376 - 1.05\right| + \left|0.5218 - 0.525\right| = 0.015660465 > 0.00001$$

Пример 1 …

- Конечни резултати
  - во третата итерација е задоволен првиот услов за завршување на итеративниот процес

$$\max_{k=1,\cdots,n}\left\{\left|\mathrm{Re}\left(\underline{U}_k^{(3)}-\underline{U}_k^{(2)}\right)\right|,\left|\mathrm{Im}\left(\underline{U}_k^{(3)}-\underline{U}_k^{(2)}\right)\right|\right\}=1.62125\mathrm{E}-05<\varepsilon$$

Итерации	3
Рвкупно (kW)	1,037.279
ΔP (kW)	37.263
Ропт. (kW)	1,000.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.59%
ΔUmin	-4.47%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	63.8
Qвкупно (kvar)	521.467
ΔQ (kvar)	21.464
Qопт. (kvar)	500.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	Unom
Тест за конвергенција	dU
eps (p.u.)	0.0001

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.50000	0.00000	10.50000	0.000
1	100.0	50.0	10.34076	-0.00905	10.34076	-0.050
2	400.0	200.0	10.12525	-0.02126	10.12527	-0.120
3	300.0	150.0	10.05317	-0.02533	10.05320	-0.144
4	200.0	100.0	10.06123	-0.02488	10.06126	-0.142

Пример 1 …

- Конечни резултати
  - во петтата итерација е задоволен вториот услов за завршување на итеративниот процес

$$\left|P_0^{(5)} - \underline{S}_0^{(4)}\right| + \left|Q_0^{(5)} - Q_0^{(4)}\right| = \left|1.037262 - 1.037263\right| + \left|0.521463 - 0.521464\right| = 1.07288\text{E} - 06 < 0.00001$$

Итерации	4.5
Рвкупно (kW)	1,037.262
ΔP (kW)	37.262
Ропт. (kW)	1,000.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.59%
ΔUmin	-4.47%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	63.8
Qвкупно (kvar)	521.463
ΔQ (kvar)	21.463
Qопт. (kvar)	500.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	Unom
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.00001

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.50000	0.00000	10.50000	0.000
1	100.0	50.0	10.34076	-0.00905	10.34076	-0.050
2	400.0	200.0	10.12525	-0.02126	10.12527	-0.120
3	300.0	150.0	10.05317	-0.02533	10.05321	-0.144
4	200.0	100.0	10.06124	-0.02488	10.06127	-0.142

Пример 1 …

- Споредба на резултатите

Итерации	3
Рвкупно (kW)	1,037.279
ΔP (kW)	37.263
Ропт. (kW)	1,000.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.59%
ΔUmin	-4.47%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	63.8
Qвкупно (kvar)	521.467
ΔQ (kvar)	21.464
Qопт. (kvar)	500.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	Unom
Тест за конвергенција	dU
eps (p.u.)	0.0001

Итерации	4.5
Рвкупно (kW)	1,037.262
ΔP (kW)	37.262
Ропт. (kW)	1,000.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.59%
ΔUmin	-4.47%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	63.8
Qвкупно (kvar)	521.463
ΔQ (kvar)	21.463
Qопт. (kvar)	500.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	Unom
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.00001

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.50000	0.00000	10.50000	0.000
1	100.0	50.0	10.34076	-0.00905	10.34076	-0.050
2	400.0	200.0	10.12525	-0.02126	10.12527	-0.120
3	300.0	150.0	10.05317	-0.02533	10.05320	-0.144
4	200.0	100.0	10.06123	-0.02488	10.06126	-0.142

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.50000	0.00000	10.50000	0.000
1	100.0	50.0	10.34076	-0.00905	10.34076	-0.050
2	400.0	200.0	10.12525	-0.02126	10.12527	-0.120
3	300.0	150.0	10.05317	-0.02533	10.05321	-0.144
4	200.0	100.0	10.06124	-0.02488	10.06127	-0.142

Пример 1 …

- Споредба на резултатите
  - различен „рамен старт“

Итерации	4.5
Рвкупно (kW)	1,037.262
ΔP (kW)	37.262
Ропт. (kW)	1,000.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.59%
ΔUmin	-4.47%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	63.8
Qвкупно (kvar)	521.463
ΔQ (kvar)	21.463
Qопт. (kvar)	500.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	Unom
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.00001

Итерации	4.5
Рвкупно (kW)	1,037.262
ΔP (kW)	37.262
Ропт. (kW)	1,000.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.59%
ΔUmin	-4.47%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	63.8
Qвкупно (kvar)	521.463
ΔQ (kvar)	21.463
Qопт. (kvar)	500.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	U0
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.00001

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.50000	0.00000	10.50000	0.000
1	100.0	50.0	10.34076	-0.00905	10.34076	-0.050
2	400.0	200.0	10.12525	-0.02126	10.12527	-0.120
3	300.0	150.0	10.05317	-0.02533	10.05321	-0.144
4	200.0	100.0	10.06124	-0.02488	10.06127	-0.142

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.50000	0.00000	10.50000	0.000
1	100.0	50.0	10.34076	-0.00905	10.34076	-0.050
2	400.0	200.0	10.12525	-0.02126	10.12527	-0.120
3	300.0	150.0	10.05317	-0.02533	10.05321	-0.144
4	200.0	100.0	10.06124	-0.02488	10.06127	-0.142

Пример 1 …

- Коментари на резултатите
  - изборот на почетните вредности на напоните во јазлите (номинален напон или напон во напојниот јазол) може да влијае врз бројот на итерации, но не и врз конечните вредности на напоните и тековите на моќност
    - пресметаните вкупни загуби на активна и реактивна моќност (прикажани претходниот слајд) се разликуваат значително помалку од бараната точност која е 1 VA (0.00001 p.u.)
    - изборот на критериумот за завршување на итеративниот процес може значително да влијае врз бројот на итерации, како и врз конечните вредности на напоните и тековите на моќност
      - бараната точност ε (во природни единици) треба да се одбере соодветно
        - » ако при анализа на дистрибутивни мрежи (10, 20 или 35 kV) се одбере $\varepsilon_{\Delta U}$=0.0001p.u.=(1÷3.5) V, може да се смета дека напоните на јазлите се пресметани со точност од пет значајни цифри
        - » ако како критериум за завршување на итеративниот процес се одбере вториот критериум и ако $\varepsilon_{\Delta S}$=0.00001 p.u.=10 VA ($S_{базна}$=1000 kVA), може да се смета дека вкупната инјектирана моќност во напојниот јазол е пресметана со точност пет значајни цифри

Пример 1 …

- Резултати кога напречните гранки од π-еквивалентните шеми не се занемаруваат (b=3 μS/km)
  - кои од резултатите се за мрежата во која не се занемаруваат напречните гранки?

Итерации	4.5
Pвкупно (kW)	1,037.168
ΔP (kW)	37.168
Pопт. (kW)	1,000.000
Pген. (kW)	0.000
ΔP	3.58%
ΔUmin	-4.46%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	63.7
Qвкупно (kvar)	517.676
ΔQ (kvar)	21.409
Qопт. (kvar)	500.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	Unom
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.00001

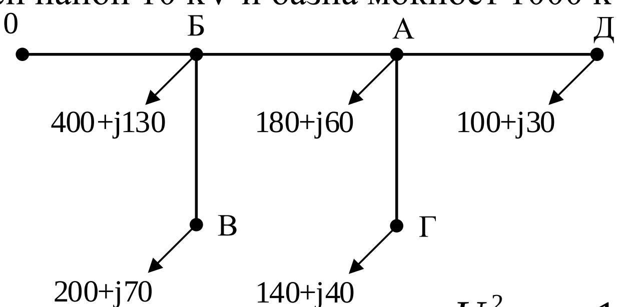
Итерации	4.5
Pвкупно (kW)	1,037.262
ΔP (kW)	37.262
Pопт. (kW)	1,000.000
Pген. (kW)	0.000
ΔP	3.59%
ΔUmin	-4.47%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	63.8
Qвкупно (kvar)	521.463
ΔQ (kvar)	21.463
Qопт. (kvar)	500.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	Unom
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.00001

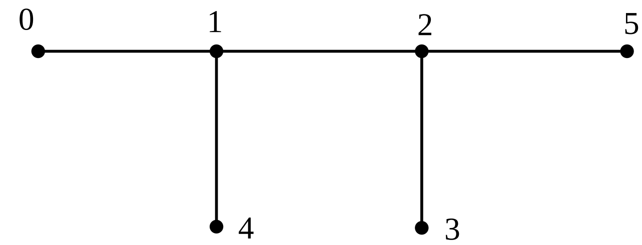
Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.50000	0.00000	10.50000	0.000
1	100.0	50.0	10.34101	-0.00945	10.34101	-0.052
2	400.0	200.0	10.12579	-0.02213	10.12581	-0.125
3	300.0	150.0	10.05376	-0.02628	10.05380	-0.150
4	200.0	100.0	10.06186	-0.02589	10.06189	-0.147

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.50000	0.00000	10.50000	0.000
1	100.0	50.0	10.34076	-0.00905	10.34076	-0.050
2	400.0	200.0	10.12525	-0.02126	10.12527	-0.120
3	300.0	150.0	10.05317	-0.02533	10.05321	-0.144
4	200.0	100.0	10.06124	-0.02488	10.06127	-0.142

Пример 16.5.1

- Со помош на методот сумирање на струи да се реши примерот
  - при пресметките да се користат единични вредности
    - базен напон 10 kV и базна моќност 1000 kVA





$$\boldsymbol{IP} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \frac{1\ \text{VA}}{1000\ \text{kVA}} = 0.000001\ \text{p.u.} \quad Z_{\text{базна}} = \frac{U_{\text{базен}}^2}{S_{\text{базна}}} = \frac{10^2\ \text{kV}\cdot\text{kV}}{1000\ \text{kV}\cdot\text{A}} = 100\ \Omega \quad I_{\text{базна}} = \frac{S_{\text{базна}}}{\sqrt{3}\cdot U_{\text{базен}}} = \frac{1000\ \text{kV}\cdot\text{A}}{\sqrt{3}\cdot 10\ \text{kV}} = \frac{100}{\sqrt{3}}\ \text{A}$$

$$\underline{Z}_{0-1} = \underline{Z}_1 = \frac{r + \text{j}x}{Z_{\text{базна}}}\cdot l_{0-1} = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 2.5 = \left(0.020883 + \text{j}0.009250\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{Z}_{1-2} = \underline{Z}_2 = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 6 = \left(0.050118 + \text{j}0.022200\right)\ \text{p.u.} \quad \underline{S}_1 = \frac{P_1 + \text{j}Q_1}{S_{\text{базна}}} = \frac{400 + \text{j}130}{1000} = \left(0.4 + \text{j}0.13\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{Z}_{2-3} = \underline{Z}_3 = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 0.4 = \left(0.003341 + \text{j}0.001480\right)\ \text{p.u.} \quad \underline{S}_2 = \left(0.18 + \text{j}0.6\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{Z}_{1-4} = \underline{Z}_4 = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 0.5 = \left(0.004177 + \text{j}0.001850\right)\ \text{p.u.} \quad \underline{S}_3 = \left(0.14 + \text{j}0.4\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{Z}_{2-5} = \underline{Z}_4 = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 0.6 = \left(0.005012 + \text{j}0.002220\right)\ \text{p.u.} \quad \underline{S}_4 = \left(0.2 + \text{j}0.7\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{U}_k^{(0)} = U_0 = \frac{10.25}{U_{\text{базен}}} = \frac{10.25}{10} = 1.025,\ k = 0,\cdots,nj \quad \underline{S}_5 = \left(0.1 + \text{j}0.3\right)\ \text{p.u.}$$

Пример 16.5.1 …

- 1. итерација
  - пресметка на струите во гранките

$$\underline{I}_5=\underline{J}_5=\frac{\underline{S}_5^*}{\underline{U}_5^*}=\frac{0.1-\mathrm{j}0.3}{1.025}=0.097561-\mathrm{j}0.029268$$

$$\underline{I}_4=\frac{0.2-\mathrm{j}0.7}{1.025}=0.195122-\mathrm{j}0.068293$$

$$\underline{I}_3=\frac{0.14-\mathrm{j}0.4}{1.025}=0.136585-\mathrm{j}0.039024$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_2&=\underline{J}_2+\underline{I}_3+\underline{I}_5\\&=\frac{0.14-\mathrm{j}0.4}{1.025}+\left(0.136585-\mathrm{j}0.039024\right)+\left(0.097561-\mathrm{j}0.029268\right)\\&=0.409756-\mathrm{j}0.126829\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{I}_1&=\underline{J}_1+\underline{I}_2+\underline{I}_4\\&=\frac{0.4-\mathrm{j}0.13}{1.025}+\left(0.409756-\mathrm{j}0.126829\right)+\left(0.097561-\mathrm{j}0.029268\right)\\&=0.995122-\mathrm{j}0.321951\end{aligned}$$

$$\underline{I}_0=\underline{I}_0=0.995122-\mathrm{j}0.321951$$

Пример 16.5.1 …

- 1. итерација
  - пресметка на напоните на јазлите
    - постапката продолжува со втората итерација

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_0 - \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 = 1.025 - \left(0.020883 + \text{j}0.009250\right) \cdot \left(0.995122 - \text{j}0.321951\right) = 1.001241 - \text{j}0.002482$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_2 &= \underline{U}_1 - \underline{Z}_2 \cdot \underline{I}_2 \\ &= \left(1.001241 - \text{j}0.002482\right) - \left(0.050118 + \text{j}0.0222\right) \cdot \left(0.409756 - \text{j}0.126829\right) \\ &= 0.97789 - \text{j}0.005222 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_3 &= \underline{U}_2 - \underline{Z}_3 \cdot \underline{I}_3 \\ &= \left(0.97789 - \text{j}0.005222\right) - \left(0.050118 + \text{j}0.022200\right) \cdot \left(0.136585 - \text{j}0.039024\right) \\ &= 0.977375 - \text{j}0.005294 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_4 &= \underline{U}_1 - \underline{Z}_4 \cdot \underline{I}_4 \\ &= \left(1.001241 - \text{j}0.002482\right) - \left(0.004177 + \text{j}0.001850\right) \cdot \left(0.195122 - \text{j}0.068293\right) \\ &= 1.000300 - \text{j}0.002557 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{U}_5 &= \underline{U}_2 - \underline{Z}_5 \cdot \underline{I}_5 \\ &= \left(0.97789 - \text{j}0.005222\right) - \left(0.005012 + \text{j}0.002220\right) \cdot \left(0.097561 - \text{j}0.029268\right) \\ &= 0.977336 - \text{j}0.005292 \end{aligned}$$

$$\underline{S}_0 = \underline{U}_0 \cdot \underline{I}_0^* = 1.025 \cdot \left(0.995122 + \text{j}0.321951\right) = 1.02 + \text{j}0.33$$

Пример 16.5.1 …

- 2. итерација
  - пресметка на струите во гранките

$$\underline{I}_5 = \underline{J}_5 = \frac{S_5^*}{U_5^*} = \frac{0.1 - j0.3}{0.977336 + j0.005292} = 0.102150 - j0.031249$$

гранка	Ir (p.u.)	Ii (p.u.)
---> 0	1.027841	-0.336605
0-1	1.027841	-0.336605
1-2	0.428902	-0.135287
2-3	0.143015	-0.041701
1-4	0.199760	-0.070490
2-5	0.102150	-0.031249

$$\underline{S}_0 = \underline{U}_0 \cdot \underline{I}_0^* = 1.025 \cdot (1.027841 + j0.336605) = 1.0535 + j0.3450$$

$$\Delta \underline{S} = \underline{S}_0 - \sum_{k=1}^{nj} \underline{S}_k = (1.0535 + j0.3450) - (1.02 + j0.33) = (0.034883 + j0.015452)$$

- 2. итерација
  - пресметка на напоните на јазлите

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_0 - \underline{Z}_1 \cdot \underline{I}_1 = 1.025 - (0.020883 + j0.009250) \cdot (1.027841 - j0.336605) = 1.000422 - j0.002478$$

- 2. итерација
  - не е исполнет условот за завршување на итеративниот процес и пресметките продолжуваат со третата итерација

јазол	Ur (p.u.)	Ui (p.u.)
0	1.025000	0.000000
1	1.000422	-0.002478
2	0.975923	-0.005220
3	0.975384	-0.005292
4	0.999458	-0.002554
5	0.975342	-0.005290

$$\left|\mathrm{Re}\left(\underline{S}_0^{(2)} - \underline{S}_0^{(1)}\right)\right| + \left|\mathrm{Im}\left(\underline{S}_0^{(2)} - \underline{S}_0^{(1)}\right)\right| = |1.0535 - 1.02| + |0.3450 - 0.33|$$

$$= 0.0485573 > 0.000001$$

Пример 16.5.1 …

- Конечни резултати после 5.5 итерации

$$\left|P_0^{(6)} - P_0^{(5)}\right| + \left|Q_0^{(6)} - Q_0^{(5)}\right| = \left|1.054995 - 1.054995\right| + \left|0.345501 - 0.345501\right| = 2.98023\mathrm{E}-08 < 0.000001$$

Итерации	5.5	
Рвкупно (kW)	1,054.995	
ΔP (kW)	34.995	
Ропт. (kW)	1,020.000	34,995 kW
Рген. (kW)	0.000	
ΔP	3.32%	
ΔUmin	-4.97%	
ΔUmax	0.00%	
Imax (A)	62.5	
Qвкупно (kvar)	345.501	
ΔQ (kvar)	15.501	
Qопт. (kvar)	330.000	15,501 kvar
Qген. (kvar)	0.000	
Рамен старт	U0	
Тест за конвергенција	dS	
eps (p.u.)	0.000001	

$\underline{U}_1$=(10 003,880–j24,816) V, U_1=10 003,91 V,

$\underline{U}_2$=(9 758,369–j52,282) V, U_2=9 758,51 V,

$\underline{U}_3$=(9 752,962–j53,007) V, U_3=9 753,11 V,

$\underline{U}_4$=(9 994,223–j25,568) V, U_4=9 994,25 V,

$\underline{U}_5$=(9 752,543–j52,985) V. U_5=9 752,69 V.

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.25000	0.00000	10.25000	0.000
Б	400.0	130.0	10.00389	-0.02482	10.00392	-0.142
А	180.0	60.0	9.75838	-0.05228	9.75851	-0.307
Г	140.0	40.0	9.75297	-0.05301	9.75311	-0.311
В	200.0	70.0	9.99423	-0.02557	9.99426	-0.147
Д	100.0	30.0	9.75255	-0.05299	9.75269	-0.311

Пример 16.5.1 …

- Почетните вредности на напоните се еднакви на номиналниот напон

Итерации	5.5
Pвкупно (kW)	1,054.995
ΔP (kW)	34.995
Pопт. (kW)	1,020.000
Pген. (kW)	0.000
ΔP	3.32%
ΔUmin	-4.97%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	62.5
Qвкупно (kvar)	345.501
ΔQ (kvar)	15.501
Qопт. (kvar)	330.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	Unom
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.000001

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.25000	0.00000	10.25000	0.000
Б	400.0	130.0	10.00389	-0.02482	10.00392	-0.142
А	180.0	60.0	9.75838	-0.05228	9.75851	-0.307
Г	140.0	40.0	9.75297	-0.05301	9.75311	-0.311
В	200.0	70.0	9.99423	-0.02557	9.99426	-0.147
Д	100.0	30.0	9.75255	-0.05299	9.75269	-0.311

Пример 16.5.1 …

- Споредба на резултатите
  - различен „рамен старт“

Итерации	5.5
Рвкупно (kW)	1,054.995
ΔP (kW)	34.995
Ропт. (kW)	1,020.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.32%
ΔUmin	-4.97%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	62.5
Qвкупно (kvar)	345.501
ΔQ (kvar)	15.501
Qопт. (kvar)	330.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	U0
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.000001

Итерации	5.5
Рвкупно (kW)	1,054.995
ΔP (kW)	34.995
Ропт. (kW)	1,020.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.32%
ΔUmin	-4.97%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	62.5
Qвкупно (kvar)	345.501
ΔQ (kvar)	15.501
Qопт. (kvar)	330.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	Unom
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.000001

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.25000	0.00000	10.25000	0.000
Б	400.0	130.0	10.00389	-0.02482	10.00392	-0.142
А	180.0	60.0	9.75838	-0.05228	9.75851	-0.307
В	140.0	40.0	9.75297	-0.05301	9.75311	-0.311
Г	200.0	70.0	9.99423	-0.02557	9.99426	-0.147
Д	100.0	30.0	9.75255	-0.05299	9.75269	-0.311

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.25000	0.00000	10.25000	0.000
Б	400.0	130.0	10.00389	-0.02482	10.00392	-0.142
А	180.0	60.0	9.75838	-0.05228	9.75851	-0.307
Г	140.0	40.0	9.75297	-0.05301	9.75311	-0.311
В	200.0	70.0	9.99423	-0.02557	9.99426	-0.147
Д	100.0	30.0	9.75255	-0.05299	9.75269	-0.311

Пример 16.5.1 …

- Ако се уважат напречните гранки од π-еквивалентните шеми (b=2.96 μS/km)
  - кои резултати се за случајот кога не се занемаруваат напречните гранки?

Итерации	5.5
Pвкупно (kW)	1,054.995
ΔP (kW)	34.995
Pопт. (kW)	1,020.000
Pген. (kW)	0.000
ΔP	3.32%
ΔUmin	-4.97%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	62.5
Qвкупно (kvar)	345.501
ΔQ (kvar)	15.501
Qопт. (kvar)	330.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	U0
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.000001

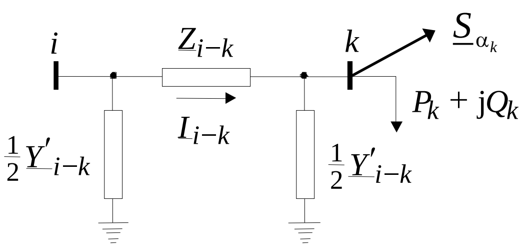
Итерации	5.5
Pвкупно (kW)	1,054.941
ΔP (kW)	34.941
Pопт. (kW)	1,020.000
Pген. (kW)	0.000
ΔP	3.31%
ΔUmin	-4.97%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	62.5
Qвкупно (kvar)	342.554
ΔQ (kvar)	15.477
Qопт. (kvar)	330.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	U0
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.000001

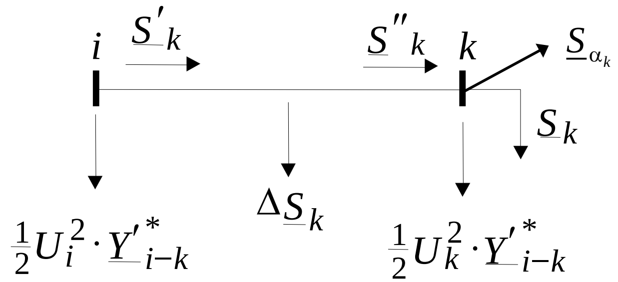
Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.25000	0.00000	10.25000	0.000
Б	400.0	130.0	10.00389	-0.02482	10.00392	-0.142
А	180.0	60.0	9.75838	-0.05228	9.75851	-0.307
Г	140.0	40.0	9.75297	-0.05301	9.75311	-0.311
В	200.0	70.0	9.99423	-0.02557	9.99426	-0.147
Д	100.0	30.0	9.75255	-0.05299	9.75269	-0.311

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.25000	0.00000	10.25000	0.000
Б	400.0	130.0	10.00413	-0.02533	10.00416	-0.145
А	180.0	60.0	9.75888	-0.05335	9.75902	-0.313
Г	140.0	40.0	9.75347	-0.05408	9.75362	-0.318
В	200.0	70.0	9.99447	-0.02609	9.99451	-0.150
Д	100.0	30.0	9.75305	-0.05406	9.75320	-0.318

МЕТОД СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ

- Постапката е слична како и кај методот сумирање струи
  - напречните гранки од π-еквивалентните шеми (ако не се занемаруваат) се еквивалентираат со инјектирани моќности во соодветните јазли од гранката
    - на ист начин се моделираат и кондензаторските батерии
  - потрошувачите, генераторите се моделираат со инјектирани моќност
  - загубите на моќност во редната импеданција на гранката се моделираат како потрошувач





$$\underline{S}_k^{'} = \underline{S}_k^{''} + \Delta\underline{S}_k$$

МЕТОД СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- Постапката е слична како и кај методот сумирање струи
  - напречните гранки од π-еквивалентните шеми (ако не се занемаруваат) се еквивалентираат со инјектирани моќности во соодветните јазли од гранката
    - на ист начин се моделираат и кондензаторските батерии
  - потрошувачите, генераторите се моделираат со инјектирани моќност
  - загубите на моќност во редната импеданција на гранката се моделираат како потрошувач
- Општ случај
  - напречните гранки од π-еквивалентните шеми не се занемаруваат и инјектираните моќности во јазлите не се од типот „константа струја“
- Пресметка наназад
  - моќностите во гранките се пресметуваат според 1. Кирхофов закон за моќности за крајниот јазол на гранката
    - со α_k е означено множеството гранки што се инцидентни на јазолот со реден број k, не сметајќи ја гранката k

$$\underline{S}''_{i-k} = \underline{S}''_k = \underline{S}_k + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_k + \sum_{j\in\alpha_k}\left(\tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_j + \underline{S}'_j\right) = \underline{S}_k + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}'_j + \underline{S}_{\alpha_k},\ k = nj,\cdots,1$$

$$\underline{S}'_k = \underline{S}''_k + \Delta\underline{S}_k,\ k = nj,\cdots,1$$

$$\Delta\underline{S}_k = \underline{Z}_k\cdot I_k^2 = \underline{Z}_k\cdot\underline{I}_k\cdot\underline{I}_k^* = \underline{Z}_k\cdot\left(\frac{\underline{S}''^*_k}{\underline{U}^*_k}\right)\cdot\left(\frac{\underline{S}''^*_k}{\underline{U}^*_k}\right)^* = \underline{Z}_k\cdot\left(\frac{S''_k}{U_k}\right)^2$$

- непознатата моќност во напојниот јазол и вкупните загуби на моќност во мрежата

$$\underline{S}''_0 = \underline{S}_0 + \sum_{j\in\alpha_0}\left(\tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_0\cdot\underline{Y}'_j + \underline{S}'_j\right) = \underline{S}_0 + \underline{S}_{\alpha_0}$$

$$\Delta\underline{S} = \Delta P + \mathrm{j}\Delta Q = \underline{S}''_0 - \sum_{k=1}^{nj}\underline{S}_k$$

МЕТОД СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- Пресметка нанапред
  - почнувајќи од гранката со реден број 1 (јазолот со реден број за 1 поголем од редниот број на напојниот јазол) и обработувајќи ги сите следни гранки, со помош на 2. Кирхофов закон се пресметува напонот на крајниот јазол од гранката
    - индексот $ip(k)$ го означува редниот број на почетниот јазол на гранката k
    - $ip(k)$ претставува елемент од помошен вектор $\boldsymbol{IP}$ што се формира при нумерацијата на јазлите и во редиците (што одговараат на редните броеви на гранките) ги содржи редните броеви на почетните јазли на гранката

$$\underline{U}_k = \underline{U}_{ip(k)} - \underline{I}_k \cdot \underline{Z}_k = \underline{U}_i - \left(\frac{\underline{S}_k^{"}}{\underline{U}_k} \right)^* \cdot \underline{Z}_k;\ k = 1, \cdots, ng$$

- Тест за конвергенција

$$\Delta\underline{U}_k^{(\nu)} = \underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)},\ k = 1, \cdots, n$$

$$\max_{k=1,\cdots,n} \left\{ \left| \mathrm{Re}\left(\Delta\underline{U}_k^{(\nu)} \right) \right|, \left| \mathrm{Im}\left(\Delta\underline{U}_k^{(\nu)} \right) \right| \right\} \le \varepsilon_{\Delta \mathrm{U}}$$

$$\max_{k=1,\cdots,n} \left\{ \left| \mathrm{Re}\left(\underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)} \right) \right|, \left| \mathrm{Im}\left(\underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)} \right) \right| \right\} \le \varepsilon_{\Delta \mathrm{U}}$$

$$\left| \mathrm{Re}\left(\underline{S}_0^{"(\nu)} - \underline{S}_0^{"(\nu-1)} \right) \right| + \left| \mathrm{Im}\left(\underline{S}_0^{"(\nu)} - \underline{S}_0^{"(\nu-1)} \right) \right| \le \varepsilon_{\Delta \mathrm{PQ}}$$

$$\left| \mathrm{Re}\left(\Delta\underline{S}^{"(\nu)} - \Delta\underline{S}^{"(\nu-1)} \right) \right| + \left| \mathrm{Im}\left(\Delta\underline{S}^{"(\nu)} - \Delta\underline{S}^{"(\nu-1)} \right) \right| \le \varepsilon_{\Delta \mathrm{PQ}}$$

МЕТОД СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

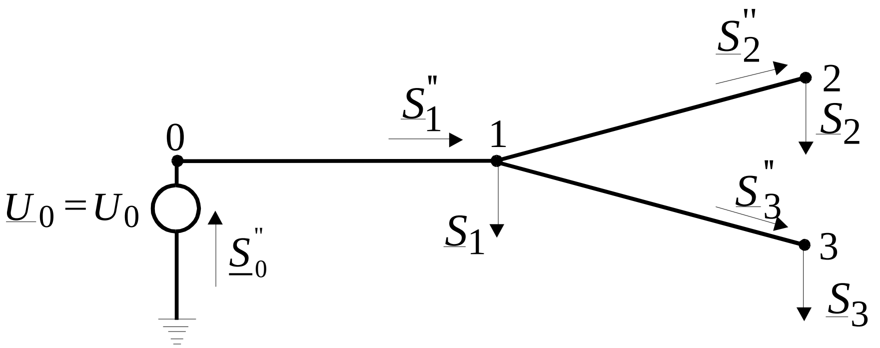
- Пресметка наназад

1. $\underline{S}_0^{''} = 0; \quad \underline{S}_k^{''} = \underline{S}_k + \frac{1}{2}U_k^{(\nu)2} \cdot \underline{Y}_k^{'\,*}; \; k = 1, \cdots, nj$

2. $\underline{S}_k^{'} = \underline{S}_k^{''} + \Delta\underline{S}_k = \underline{S}_k^{''} + \underline{Z}_k \cdot \dfrac{S_k^{''2}}{U_k^2}$

$$\underline{S}_{ip(k)}^{''} = \underline{S}_{ip(k)}^{''} + \underline{S}_k^{'} + \tfrac{1}{2}U_{ip(k)}^{(\nu)^2} \cdot \underline{Y}_k^{'\,*}$$

$$k = nj, \cdots, 1$$



$$k = 3 \quad \underline{S}_3^{'} = \underline{S}_3^{''} + \Delta\underline{S}_3$$

$$\underline{S}_1^{''} = \underline{S}_1^{''} + \underline{S}_3^{'} + \tfrac{1}{2}U_1^{(\nu)^2} \cdot \underline{Y}_3^{'\,*}$$

$$\boldsymbol{IP} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$k = 2 \quad \underline{S}_2^{'} = \underline{S}_2^{''} + \Delta\underline{S}_2$$

$$\underline{S}_1^{''} = \underline{S}_1^{''} + \underline{S}_2^{'} + \tfrac{1}{2}U_1^{(\nu)^2} \cdot \underline{Y}_2^{'\,*}$$

$$k = 1 \quad \underline{S}_1^{'} = \underline{S}_1^{''} + \Delta\underline{S}_1$$

$$\underline{S}_0^{''} = \underline{S}_0^{''} + \underline{S}_1^{'} + \tfrac{1}{2}U_0^{(\nu)^2} \cdot \underline{Y}_1^{'*}$$

$$\Delta\underline{S}_k = \underline{Z}_k \cdot I_k^2 = \underline{Z}_k \cdot \underline{I}_k \cdot \underline{I}_k^* = \underline{Z}_k \cdot \left(\frac{\underline{S}_k^{''*}}{\underline{U}_k^*}\right) \cdot \left(\frac{\underline{S}_k^{''*}}{\underline{U}_k^*}\right)^* = \underline{Z}_k \cdot \left(\frac{S_k^{''}}{U_k}\right)^2$$

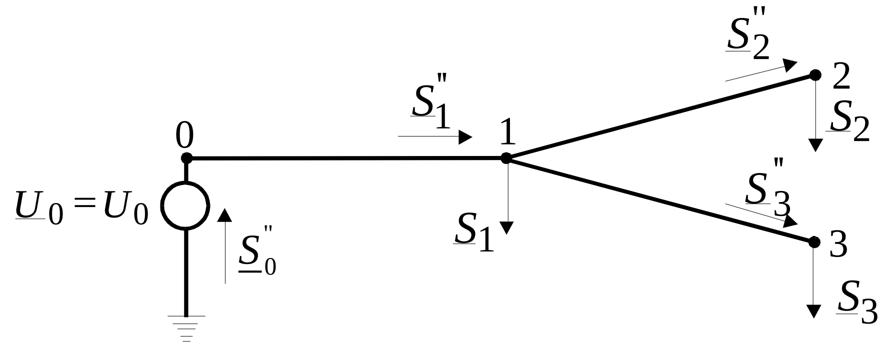
МЕТОД СУМИРАЊЕ НА МОЌНОСТИ …

- Пресметка нанапред

$$\boldsymbol{IP} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\underline{U}_k^{(\nu)} = \underline{U}_{ip(k)}^{(\nu)} - \underline{I}_k \cdot \underline{Z}_k = \underline{U}_{ip(k)}^{(\nu)} - \frac{\underline{S}_k^{''*}}{U_k^{(\nu-1)*}} \cdot \underline{Z}_k;\ k = 1, \cdots, nj$$

$$k = 1;\ \underline{U}_1^{(\nu)} = \underline{U}_0 - \frac{P_1^{''} - \mathrm{j}Q_1^{''}}{\underline{U}_1^{(\nu-1)*}} \cdot \underline{Z}_1$$



$$k = 2;\ \underline{U}_2^{(\nu)} = \underline{U}_1^{(\nu)} - \frac{P_2^{''} - \mathrm{j}Q_2^{''}}{\underline{U}_2^{(\nu-1)*}} \cdot \underline{Z}_2$$

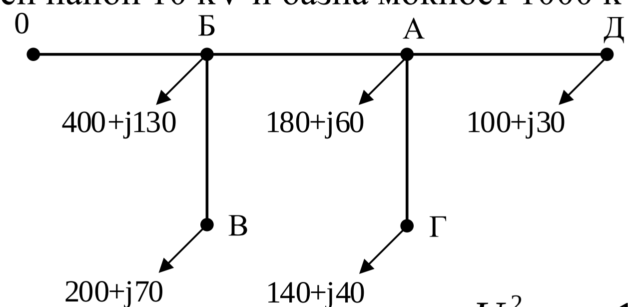
$$k = 3;\ \underline{U}_3^{(\nu)} = \underline{U}_2^{(\nu)} - \frac{P_3^{''} - \mathrm{j}Q_3^{''}}{\underline{U}_3^{(\nu-1)*}} \cdot \underline{Z}_3$$

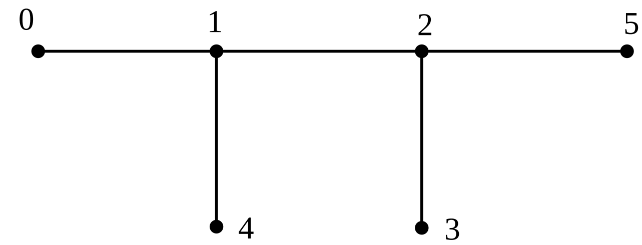
$$\left|\mathrm{Re}\left(\underline{S}_0^{(\nu)} - \underline{S}_0^{(\nu-1)}\right)\right| + \left|\mathrm{Im}\left(\underline{S}_0^{(\nu)} - \underline{S}_0^{(\nu-1)}\right)\right| \le \varepsilon$$

$$\max_{k=1,\cdots,n}\left\{\left|\mathrm{Re}\left(\underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|, \left|\mathrm{Im}\left(\underline{U}_k^{(\nu)} - \underline{U}_k^{(\nu-1)}\right)\right|\right\} \le \varepsilon$$

Пример 16.5.1

- Со помош на методот сумирање на моќност да се реши примерот
  - при пресметките да се користат единични вредности
    - базен напон 10 kV и базна моќност 1000 kVA





$$\boldsymbol{IP} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \frac{1\ \text{VA}}{1000\ \text{kVA}} = 0.000001\ \text{p.u.} \quad Z_{\text{базна}} = \frac{U_{\text{базен}}^2}{S_{\text{базна}}} = \frac{10^2\ \text{kV}\cdot\text{kV}}{1000\ \text{kV}\cdot\text{A}} = 100\ \Omega \quad I_{\text{базна}} = \frac{S_{\text{базна}}}{\sqrt{3}\cdot U_{\text{базен}}} = \frac{1000\ \text{kV}\cdot\text{A}}{\sqrt{3}\cdot 10\ \text{kV}} = \frac{100}{\sqrt{3}}\ \text{A}$$

$$\underline{Z}_{0-1} = \underline{Z}_1 = \frac{r + \text{j}x}{Z_{\text{базна}}}\cdot l_{0-1} = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 2.5 = \left(0.020883 + \text{j}0.009250\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{Z}_{1-2} = \underline{Z}_2 = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 6 = \left(0.050118 + \text{j}0.022200\right)\ \text{p.u.} \qquad \underline{S}_1 = \frac{P_1 + \text{j}Q_1}{S_{\text{базна}}} = \frac{400 + \text{j}130}{1000} = \left(0.4 + \text{j}0.13\right)\ \text{p.u.}$$

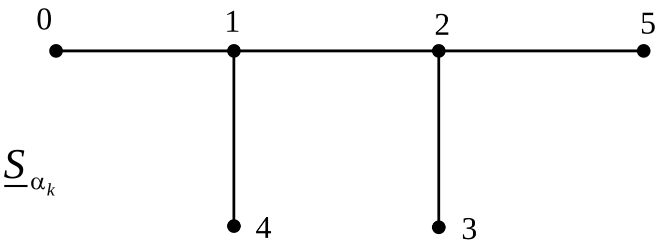
$$\underline{Z}_{2-3} = \underline{Z}_3 = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 0.4 = \left(0.003341 + \text{j}0.001480\right)\ \text{p.u.} \qquad \underline{S}_2 = \left(0.18 + \text{j}0.6\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{Z}_{1-4} = \underline{Z}_4 = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 0.5 = \left(0.004177 + \text{j}0.001850\right)\ \text{p.u.} \qquad \underline{S}_3 = \left(0.14 + \text{j}0.4\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{Z}_{2-5} = \underline{Z}_4 = \frac{0.8353 + \text{j}0.37}{100}\cdot 0.6 = \left(0.005012 + \text{j}0.002220\right)\ \text{p.u.} \qquad \underline{S}_4 = \left(0.2 + \text{j}0.7\right)\ \text{p.u.}$$

$$\underline{U}_k^{(0)} = U_0 = \frac{10.25}{U_{\text{базен}}} = \frac{10.25}{10} = 1.025,\ k = 0,\cdots,nj \qquad \underline{S}_5 = \left(0.1 + \text{j}0.3\right)\ \text{p.u.}$$

Пример 16.5.1



- 1. итерација (сумирање на моќности)
  - пресметка наназад

$$\underline{S}_{i-k}^{"} = \underline{S}_k^{"} = \underline{S}_k + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}_k^{'} + \sum_{j\in\alpha_k}\left(\tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}_j^{'} + \underline{S}_j^{'}\right) = \underline{S}_k + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_k\cdot\underline{Y}_j^{'} + \underline{S}_{\alpha_k}$$

$$k = nj,\cdots,1$$

$$\underline{S}_k^{'} = \underline{S}_k^{"} + \Delta\underline{S}_k,\ k = nj,\cdots,1$$

$$\Delta\underline{S}_k = \underline{Z}_k\cdot I_k^2 = \underline{Z}_k\cdot\left(\frac{S_k^{"}}{U_k}\right)^2$$

$$\underline{S}_5^{"} = \underline{S}_5 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_5\cdot\underline{Y}_5^{'} = 0.1 + \mathrm{j}0.03$$

$$\underline{S}_5^{'} = \underline{S}_5^{"} + \Delta\underline{S}_5 = 0.100052 + \mathrm{j}0.030023$$

$$\Delta\underline{S}_5 = \underline{Z}_5\cdot\left(\frac{|0.1+\mathrm{j}0.03|}{1.025}\right)^2 = 0.000052 + \mathrm{j}0.000023$$

$$\underline{S}_4^{"} = \underline{S}_4 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_4\cdot\underline{Y}_4^{'} = 0.2 + \mathrm{j}0.07$$

$$\underline{S}_4^{'} = \underline{S}_4^{"} + \Delta\underline{S}_4 = 0.200178 + \mathrm{j}0.070079$$

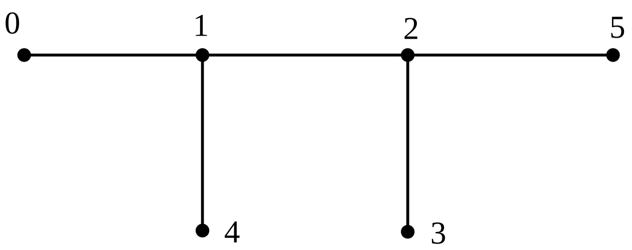
$$\Delta\underline{S}_4 = \underline{Z}_4\cdot\left(\frac{|0.2+\mathrm{j}0.07|}{1.025}\right)^2 = 0.000178 + \mathrm{j}0.000079$$

$$\underline{S}_3^{"} = \underline{S}_3 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_3\cdot\underline{Y}_3^{'} = 0.14 + \mathrm{j}0.04$$

$$\underline{S}_3^{'} = \underline{S}_3^{"} + \Delta\underline{S}_3 = 0.140067 + \mathrm{j}0.040030$$

$$\Delta\underline{S}_3 = \underline{Z}_3\cdot\left(\frac{|0.14+\mathrm{j}0.04|}{1.025}\right)^2 = 0.000067 + \mathrm{j}0.000030$$

Пример 16.5.1



- 1. итерација (сумирање на моќности)
  - пресметка наназад

$$\underline{S}_5^{'} = \underline{S}_5^{''} + \Delta\underline{S}_5 = 0.100052 + j0.030023$$

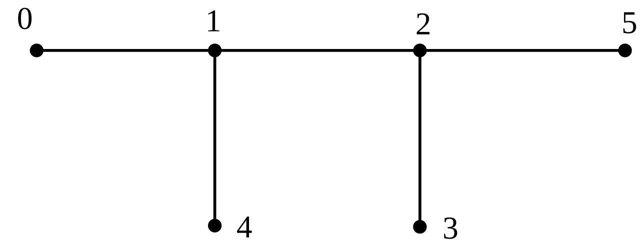
$$\underline{S}_3^{'} = \underline{S}_3^{''} + \Delta\underline{S}_3 = 0.140067 + j0.040030$$

$$\begin{aligned}\underline{S}_2^{''} &= \underline{S}_2 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_2\cdot\underline{Y}_2^{'} + \underline{S}_{\alpha_2}\\ &= \underline{S}_2 + \underline{S}_3^{'} + \underline{S}_5^{'}\\ &= \left(0.18 + j0.06\right) + \left(0.140067 + j0.040030\right) + \left(0.100052 + j0.030023\right)\\ &= 0.429346 + j0.134140\end{aligned}$$

$$\Delta\underline{S}_2 = \underline{Z}_2\cdot\left(\frac{\left|0.429346 + j0.134140\right|}{1.025}\right)^2 = 0.009226{+}j0.004087$$

$$\underline{S}_2^{'} = \underline{S}_2^{''} + \Delta\underline{S}_2 = 0.429346 + j0.134140$$

Пример 16.5.1



- 1. итерација (сумирање на моќности)
  – пресметка station наназад

$$\underline{S}_4^{'} = \underline{S}_4^{''} + \Delta\underline{S}_4 = 0.200178 + \mathrm{j}0.070079$$

$$\underline{S}_2^{'} = \underline{S}_2^{''} + \Delta\underline{S}_2 = 0.429346 + \mathrm{j}0.134140$$

$$\begin{aligned}\underline{S}_1^{''} &= \underline{S}_1 + \tfrac{1}{2}\cdot\underline{U}_1\cdot\underline{Y}_1^{'} + \underline{S}_{\alpha_1}\\ &= \underline{S}_1 + \underline{S}_2^{'} + \underline{S}_4^{'}\\ &= \left(0.4 + \mathrm{j}0.3\right) + \left(0.429346 + \mathrm{j}0.134140\right) + \left(0.200178 + \mathrm{j}0.070079\right)\\ &= 1.029524 + \mathrm{j}0.334219\end{aligned}$$

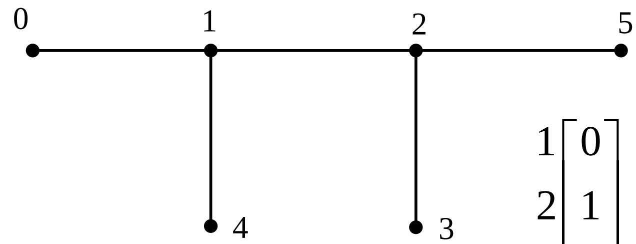
$$\Delta\underline{S}_1 = \underline{Z}_1 \cdot \left(\frac{\left|1.029524 + \mathrm{j}0.334219\right|}{1.025}\right)^2 = 0.023287 + \mathrm{j}0.010315$$

$$\underline{S}_1^{'} = \underline{S}_1^{''} + \Delta\underline{S}_1 = 1.052812 + \mathrm{j}0.344534$$

$$\underline{S}_0^{''} = \underline{S}_0 + \underline{S}_{\alpha_0} = \underline{S}_1^{'} = 1.052812 + \mathrm{j}0.344534$$

$$\begin{aligned}\Delta\,\underline{S} = \Delta P + \mathrm{j}\Delta Q = \underline{S}_0^{''} - \sum_{k=1}^{nj}\underline{S}_k &= \left(1.052812 + \mathrm{j}0.344534\right) - \left(1.02 + \mathrm{j}0.33\right)\\ &= 0.032812 + \mathrm{j}0.014534\end{aligned}$$

Пример 16.5.1



$$\boldsymbol{IP} = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \end{array} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- 1. итерација (сумирање на моќности)
  - пресметка нанапред

$$\underline{U}_k = \underline{U}_{ip(k)} - \underline{I}_k \cdot \underline{Z}_k = \underline{U}_i - \left(\frac{\underline{S}_k^{''}}{U_k} \right)^* \cdot \underline{Z}_k;\ k = 1, \cdots, ng$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_0 - \left(\frac{\underline{S}_1^{''}}{U_1} \right)^* \cdot \underline{Z}_1 = 1.025 - \frac{1.029524 - \mathrm{j}0.334219}{1.025} \cdot \underline{Z}_1 = 1.001009 - \mathrm{j}0.002482$$

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 - \left(\frac{\underline{S}_2^{''}}{U_2} \right)^* \cdot \underline{Z}_2 = (1.001009 - \mathrm{j}0.002482) - \frac{0.429346 - \mathrm{j}0.134140}{1.025} \cdot \underline{Z}_2 = 0.977650 - \mathrm{j}0.005222$$

$$\underline{U}_3 = \underline{U}_2 - \left(\frac{\underline{S}_3^{''}}{U_3} \right)^* \cdot \underline{Z}_3 = (0.977650 - \mathrm{j}0.005222) - \frac{0.14 - \mathrm{j}0.004}{1.025} \cdot \underline{Z}_3 = 0.977136 - \mathrm{j}0.005294$$

$$\underline{U}_4 = \underline{U}_1 - \left(\frac{\underline{S}_4^{''}}{U_4} \right)^* \cdot \underline{Z}_4 = (1.001009 - \mathrm{j}0.002482) - \frac{0.2 - \mathrm{j}0.07}{1.025} \cdot \underline{Z}_4 = 1.000068 - \mathrm{j}0.002557$$

$$\underline{U}_5 = \underline{U}_2 - \left(\frac{\underline{S}_5^{''}}{U_5} \right)^* \cdot \underline{Z}_5 = (0.977650 - \mathrm{j}0.005222) - \frac{0.1 - \mathrm{j}0.03}{1.025} \cdot \underline{Z}_5 = 0.977097 - \mathrm{j}0.005292$$

Пример 16.5.1

- Конечни резултати (сумирање на моќности)
  - решение после 4.5 итерации

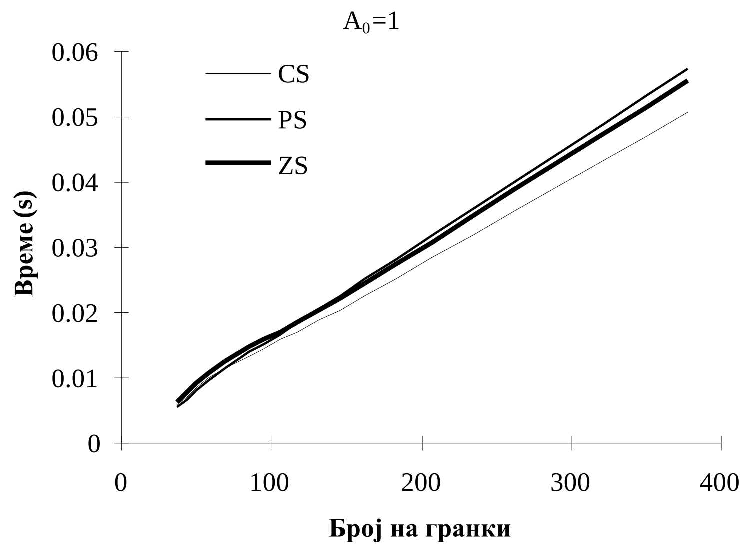
Итерации	4.5
Рвкупно (kW)	1,054.995
ΔP (kW)	34.995
Ропт. (kW)	1,020.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.32%
ΔUmin	-4.97%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	62.5
Qвкупно (kvar)	345.501
ΔQ (kvar)	15.501
Qопт. (kvar)	330.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	U0
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.000001
Метод	sumS

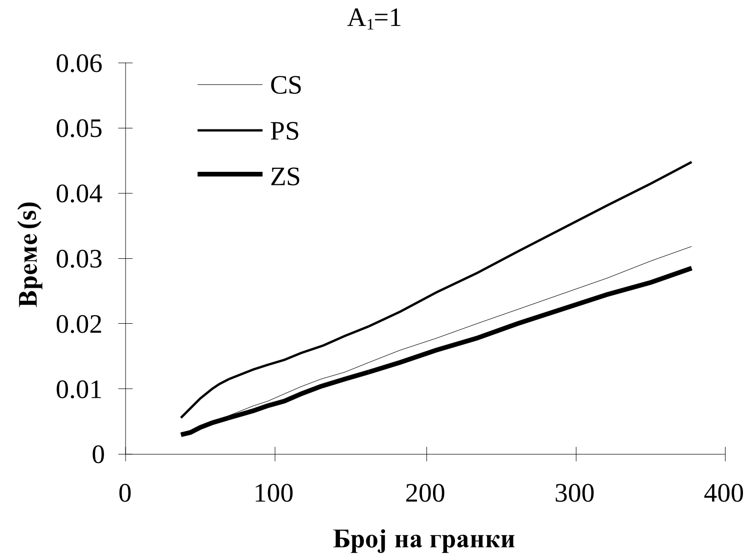
Итерации	5.5
Рвкупно (kW)	1,054.995
ΔP (kW)	34.995
Ропт. (kW)	1,020.000
Рген. (kW)	0.000
ΔP	3.32%
ΔUmin	-4.97%
ΔUmax	0.00%
Imax (A)	62.5
Qвкупно (kvar)	345.501
ΔQ (kvar)	15.501
Qопт. (kvar)	330.000
Qген. (kvar)	0.000
Рамен старт	U0
Тест за конвергенција	dS
eps (p.u.)	0.000001
Метод	sumI

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.25000	0.00000	10.25000	0.000
Б	400.0	130.0	10.00389	-0.02482	10.00392	-0.142
А	180.0	60.0	9.75838	-0.05228	9.75851	-0.307
Г	140.0	40.0	9.75297	-0.05301	9.75311	-0.311
В	200.0	70.0	9.99423	-0.02557	9.99426	-0.147
Д	100.0	30.0	9.75255	-0.05299	9.75269	-0.311

Име	P (kW)	Q (kvar)	Ur (kV)	Ui (kV)	U (kV)	θ (°)
0	0.0	0.0	10.25000	0.00000	10.25000	0.000
Б	400.0	130.0	10.00389	-0.02482	10.00392	-0.142
А	180.0	60.0	9.75838	-0.05228	9.75851	-0.307
Г	140.0	40.0	9.75297	-0.05301	9.75311	-0.311
В	200.0	70.0	9.99423	-0.02557	9.99426	-0.147
Д	100.0	30.0	9.75255	-0.05299	9.75269	-0.311

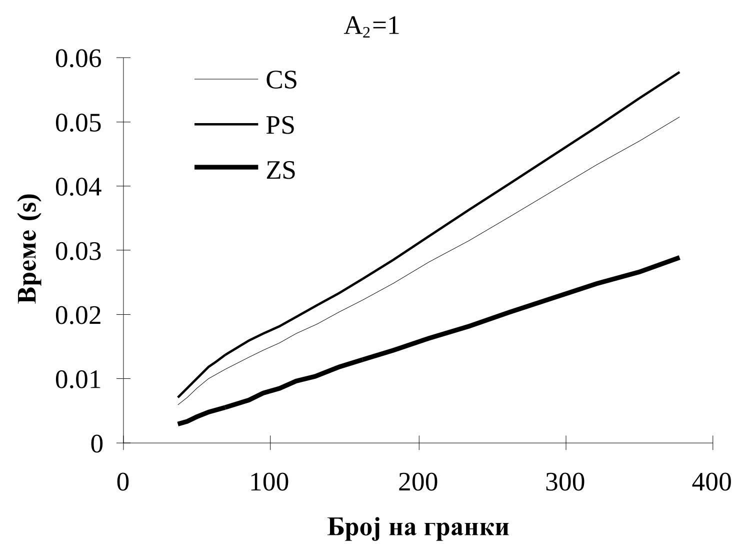
Карактеристики на методите





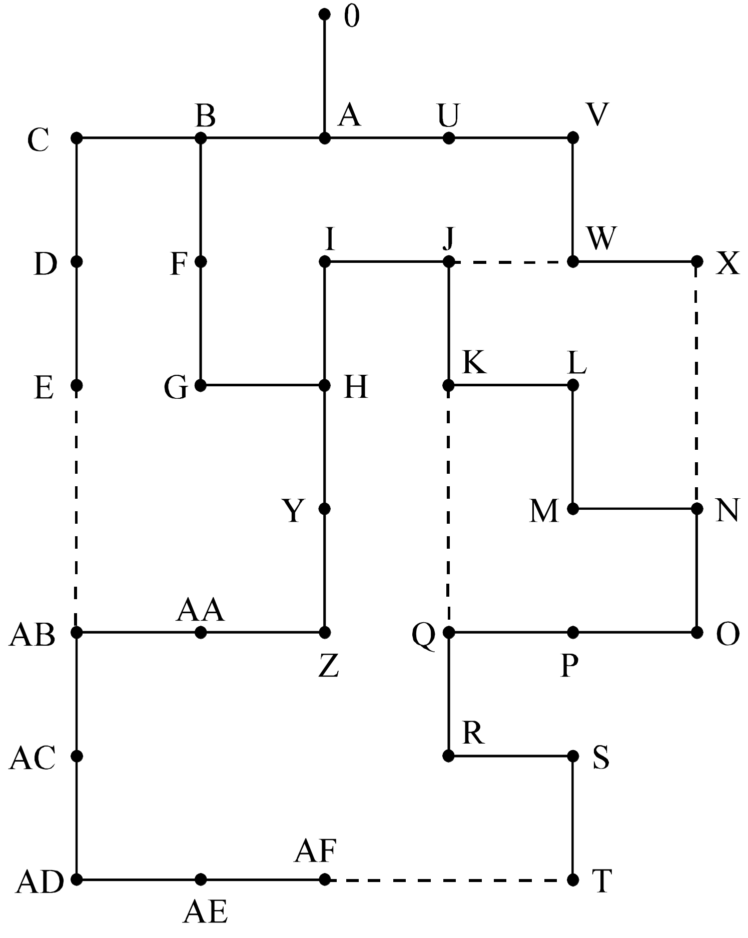
Резултати од пресметките за тест мрежа со 377 јазли

Коефициент на оптоварување	Најнизок напон	Загуби на активна моќност	Сумирање на струи		Сиумирање на моќност		Сумирање на импеданции	
p.u.	p.u.	%	итерации	време s	итерации	време s	итерации	време s
$A_0 + A_1 + A_2$ = 1,0 + 0,0 + 0,0								
0,5	0,97984	0,56	2	0,0419	2	0,0449	2	0,0466
1,0	0,95896	1,15	3	0,0508	3	0,0575	3	0,0555
3,0	0,86608	3,76	5	0,0690	4	0,0701	5	0,0734
$A_0 + A_1 + A_2$ = 0,0 + 1,0 + 0,0								
0,5	0,98019	0,56	1	0,0320	2	0,0449	1	0,0287
1,0	0,96038	1,12	1	0,0319	2	0,0450	1	0,0287
3,0	0,88123	3,44	1	0,0319	3	0,0575	1	0,0287
$A_0 + A_1 + A_2$ = 0,0 + 0,0 + 1,0								
0,5	0,98050	0,55	2	0,0416	2	0,0450	1	0,0288
1,0	0,96163	1,10	3	0,0508	3	0,0576	1	0,0289
3,0	0,89179	3,21	5	0,0690	5	0,0828	1	0,0288



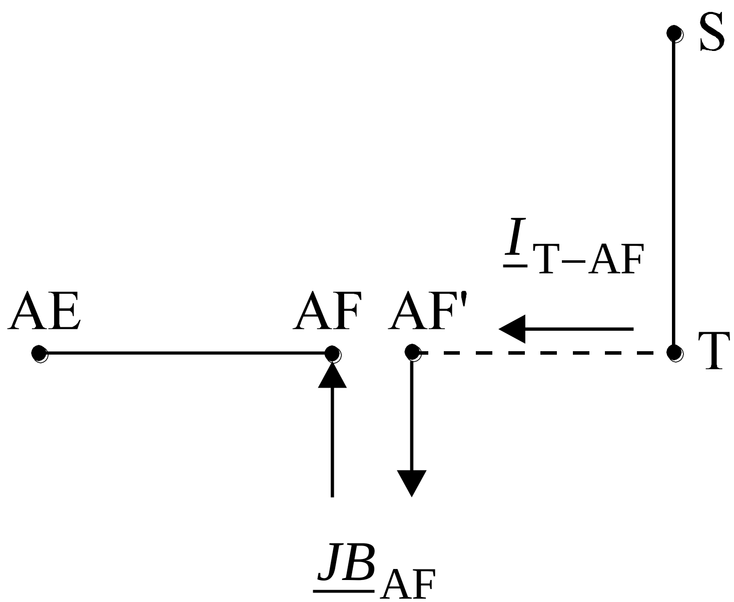
РЕШАВАЊЕ НА МРЕЖИ СО КОНТУРИ

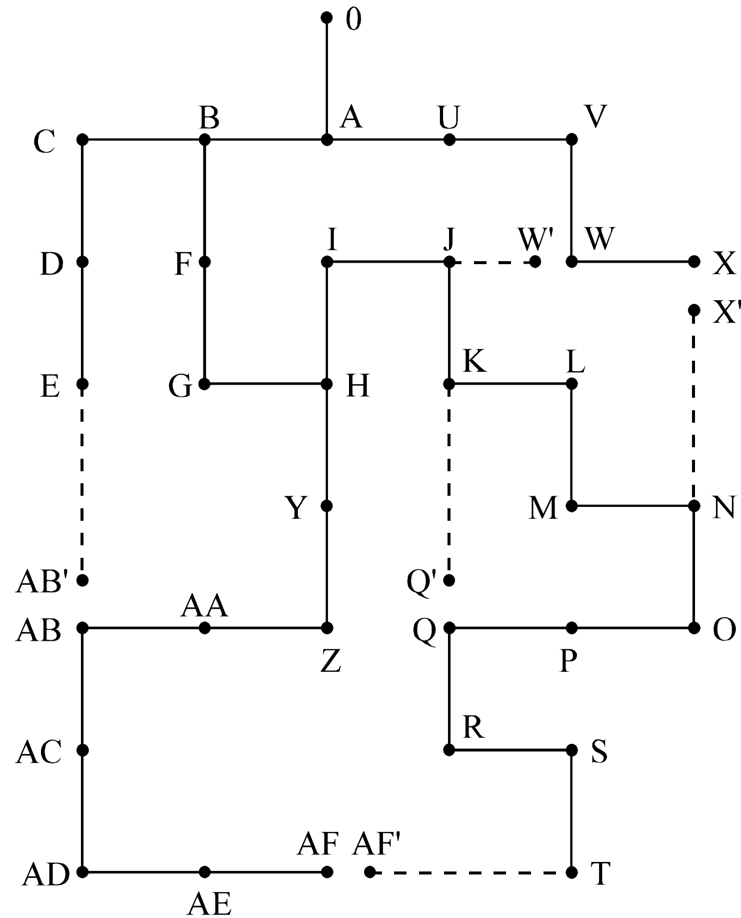
- со мали модификации, методите за решавање на радијални мрежи може да се употребат за пресметка на мрежи со мал број контури („слабо поврзани мрежи“, *weakly meshed networks*)
  - во принцип, вака модифицираните методи можат да се искористат за решавање и на мрежите со голем број контури, но нивната предност во однос на „класичните“ методи се намалува со зголемувањето на бројот на контурите



РЕШАВАЊЕ НА МРЕЖИ СО КОНТУРИ

- затворените мрежи ги „отвораме“ и ги претвораме во радијални со воведување на „фиктивни јазли“ колку што има (независни) контури
- влијанието на контурите го симулираме со (спротивно насочени) инјектирани струи во точките на раздвојување на мрежата
- на тој начин се добива „радијален модел на затворената мрежа“



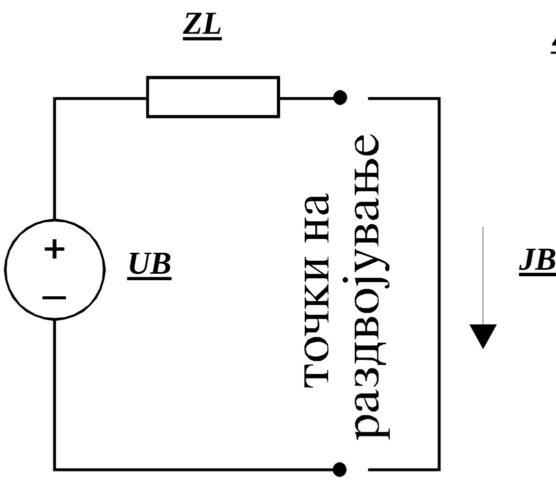


РЕШАВАЊЕ НА МРЕЖИ СО КОНТУРИ …

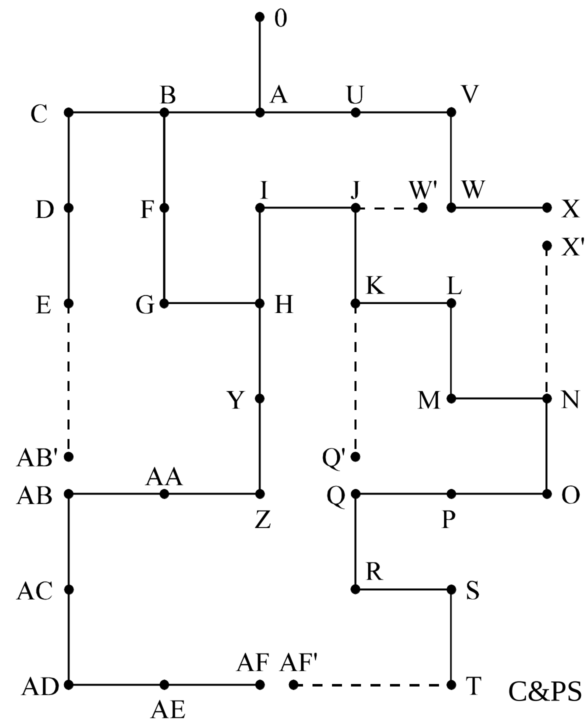
- Инјектираните струи во точките на раздвојување на мрежата можат да се пресметаат користејќи го Тевененовото еквивалентно струјно коло за “радијалниот модел на заворената” мрежа, гледано од точките на раздвојување
  - $\underline{\boldsymbol{UB}}$ е вектор на Тевененовите напонски генератори
  - $\underline{\boldsymbol{JB}}$ е вектор на инјектираните струи во точките на раздвојување
  - Бројот на точки на раздвојувања во “отворената” мрежа е еднаков на бројот на контури во затворената мрежа
    - Тевененовата еквивалентна матрица може да се определи на разни начини;
      - треба да се има предвид дека, во случаите кога напречните гранки од од π-заменските шеми на елементите се еднакви на нула, таа, всушност, претставува матрица на импеданции на основните контури за затворената мрежа.

$$\underline{\boldsymbol{UB}} = \underline{\boldsymbol{ZL}} \cdot \underline{\boldsymbol{JB}}$$

$$\underline{\boldsymbol{ZL}}^{-1} \times \underline{\boldsymbol{UB}} = \underline{\boldsymbol{JB}}$$



$$\underline{\boldsymbol{UB}} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{X} - \underline{U}_{X'} \\ \underline{U}_{Q} - \underline{U}_{Q'} \\ \underline{U}_{W} - \underline{U}_{W'} \\ \underline{U}_{AB} - \underline{U}_{AB'} \\ \underline{U}_{AF} - \underline{U}_{AF'} \end{bmatrix} \qquad \underline{\boldsymbol{JB}} = \begin{bmatrix} \underline{JB}_{X} \\ \underline{JB}_{Q} \\ \underline{JB}_{W} \\ \underline{JB}_{AB} \\ \underline{JB}_{AF} \end{bmatrix}$$



РЕШАВАЊЕ НА МРЕЖИ СО КОНТУРИ …

- Тевененовата еквивалентна матрица на импеданции може да се добие на два начина:
  - 1. начин
    - Ако се претпоставува дека сите елементи од векторот $\underline{\boldsymbol{JB}}$ се еднакви на нула, освен елементот на позицијата *i* кој треба да биде еднаков на 1 p.u., тогаш векторот $\underline{\boldsymbol{UB}}$ ќе биде еднаков на колоната *i* од матрицата $\underline{\boldsymbol{ZL}}$.
    - Тоа значи дека колоната *i* на матрицата $\underline{\boldsymbol{ZL}}$ може да се пресмета како разлика на напоните во точките на раздвојување, ако во мрежата не постојат други екситации освен струјните генератори со 1 p.u. приклучени во точките на раздвојување што одговараат на колоната *i*.
    - На пример, за определување на првата колона од матрицата најнапред се решава “отворената” мрежа, при што единствени екситации во мрежата се инјектираните струи со 1 p.u. (со спротивен знак) во точките каде што е отворена првата контура (X-X’).
      - Разликите помеѓу напоните во поедините точки на раздвојување одговараат на соодветниот елемент од првата колона на матрицата $\underline{\boldsymbol{ZL}}$.

$$\underline{\boldsymbol{UB}} = \underline{\boldsymbol{ZL}} \cdot \underline{\boldsymbol{JB}}$$

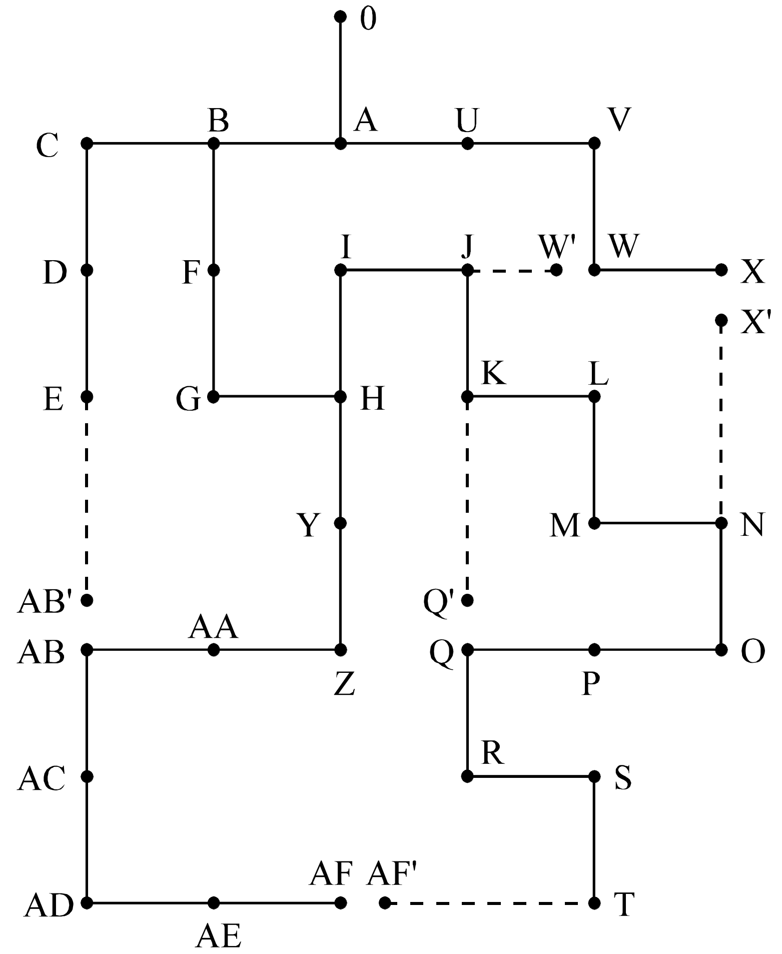
$$\underline{\boldsymbol{JB}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\boldsymbol{UB}} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{X}} - \underline{U}_{\mathrm{X'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{Q}} - \underline{U}_{\mathrm{Q'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{W'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{AB}} - \underline{U}_{\mathrm{AB'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{AF}} - \underline{U}_{\mathrm{AF'}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{ZL}_{11} \\ \underline{ZL}_{21} \\ \underline{ZL}_{31} \\ \underline{ZL}_{41} \\ \underline{ZL}_{51} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\boldsymbol{JB}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{\boldsymbol{UB}} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{X}} - \underline{U}_{\mathrm{X'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{Q}} - \underline{U}_{\mathrm{Q'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{W'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{AB}} - \underline{U}_{\mathrm{AB'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{AF}} - \underline{U}_{\mathrm{AF'}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{ZL}_{11} \\ \underline{ZL}_{21} \\ \underline{ZL}_{31} \\ \underline{ZL}_{41} \\ \underline{ZL}_{51} \end{bmatrix} \quad \ldots$$

$$\underline{\boldsymbol{JB}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \underline{\boldsymbol{UB}} = \begin{bmatrix} \underline{U}_{\mathrm{X}} - \underline{U}_{\mathrm{X'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{Q}} - \underline{U}_{\mathrm{Q'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{W}} - \underline{U}_{\mathrm{W'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{AB}} - \underline{U}_{\mathrm{AB'}} \\ \underline{U}_{\mathrm{AF}} - \underline{U}_{\mathrm{AF'}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{ZL}_{15} \\ \underline{ZL}_{25} \\ \underline{ZL}_{35} \\ \underline{ZL}_{45} \\ \underline{ZL}_{55} \end{bmatrix}$$

РЕШАВАЊЕ НА МРЕЖИ СО КОНТУРИ ...

– 2. начин
  - Поаѓајќи од фактот дека матрицата ***ZL*** претставува матрица на импеданции на независни контури за затворената мрежа, дијагоналните елементи од матрицата се добиваат како сума на импеданциите на гранките што припаѓаат на соодветната контура, вклучувајќи ја и импеданцијата на спојницата.
  - Ако се претпостави дека мрежата е реципрочна и не постои меѓусебна спрега помеѓу гранките во мрежата, матрицата на независни контури ќе биде симетрична.
    – вондијагоналните елементи од матрицата ***ZL*** можат да се добијат како алгебарска сума на импеданциите на заедничките гранки на соодветните контури од мрежата што одговараат на редицата и колоната од матрицата ***ZL***.
      » во сумата со спротивен знак се земаат импеданциите на гранките кај кои насоките на соодветните контури не се совпаѓаат, додека без измена на знакот се земаат импеданциите на гранките кај кои насоките на контурите се совпаѓаат



$$\underline{ZL}_{11} = \underline{Z}_{A-U} + \underline{Z}_{V-U} + \underline{Z}_{V-W} + \underline{Z}_{W-X} +$$
$$+\underline{Z}_{A-B} + \underline{Z}_{F-B} + \underline{Z}_{F-G} + \underline{Z}_{G-H} + \underline{Z}_{H-I} + \underline{Z}_{I-J} + \underline{Z}_{J-K} + \underline{Z}_{K-L} + \underline{Z}_{L-M} + \underline{Z}_{M-N} +$$
$$+\underline{Z}_{X-N}$$